

## ОПТИЧЕСКАЯ НАКАЧКА СЕЛЕКТИВНЫХ ПО СКОРОСТЯМ СОСТОЯНИЙ КОГЕРЕНТНОГО ПЛЕНЕНИЯ НАСЕЛЕННОСТИ В ТРЕХУРОВНЕВЫХ АТОМАХ

*В. Г. Миногин\**

*Институт спектроскопии Российской академии наук  
142092, Троицк, Московская обл., Россия*

*Г. Нинхаус†*

*Huygens Laboratorium, Rijksuniversiteit Leiden, Postbus 9504  
2300 RA Leiden, The Netherlands*

Поступила в редакцию 30 января 1998 г.

Представлена аналитическая теория оптической накачки селективных по скоростям состояний когерентного пленения населенности в трехуровневых  $\Lambda$ -атомах. Теория основана на использовании атомной матрицы плотности в представлении суперпозиционных состояний. Представление, введенное для атомной матрицы плотности, прямо описывает образование состояния когерентного пленения населенности (КПН) в трехуровневом  $\Lambda$ -атоме и позволяет найти аналитические оценки для формы двухпикового распределения атомов по импульсам (скоростям). Показано, что оптическая накачка селективного по скорости состояния КПН в  $\Lambda$ -атоме описывается в представлении суперпозиционных состояний как процесс перераспределения атомов в область нулевых скоростей за счет фотонной отдачи. Найдено, что характерное время формирования селективного по скорости состояния КПН обратно пропорционально квадрату энергии отдачи.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие многоуровневых атомов с резонансными световыми полями значительно отличается от взаимодействия двухуровневых атомов вследствие возможности проявления когерентных эффектов, обусловленных интерференцией различных каналов возбуждения атомов светом. Наиболее известным из них является эффект когерентного пленения населенности (КПН) в трехуровневом атоме, имеющем так называемую  $\Lambda$ -схему энергетических уровней [1, 2]. При определенных расстройках двух световых волн, возбуждающих атом на смежных переходах,  $\Lambda$ -атом может оптически накачиваться в суперпозиционное состояние КПН, составленное из двух нижних состояний. В таком состоянии атом оказывается оптически не связанным с верхним состоянием благодаря деструктивной интерференции двух каналов возбуждения. Эффект КПН является весьма общим для многоуровневых схем взаимодействия и может встречаться во всех случаях, когда выполнены условия для деструктивной интерференции каналов возбуждения [3–5]. Влияние эффекта КПН на динамику внутренних переходов многоуровневого атома экспериментально исследовалось в ряде работ [2, 6, 7]. В последние годы

\*E-mail: minogin@isan.troitsk.ru

†G. Nienhuis.

эффект КПН привлекает значительный интерес в связи с его использованием для создания селективных по скоростям состояний КПН в ансамблях атомов, охлажденных лазерным излучением [8–12].

С теоретической точки зрения одной из основных проблем, связанных с анализом селективных по скоростям суперпозиционных состояний атомов, является проблема аналитического описания формирования состояний КПН. Решение этой проблемы необходимо как для корректного описания эволюции импульсного распределения многоуровневых атомов в многочастотных световых полях, так и для получения аналитических оценок скоростей образования состояний КПН. В стандартном подходе образование состояний КПН описывается уравнениями для атомной матрицы плотности  $\rho_{\alpha\beta}$ , определяемой по отношению к невозмущенным атомным состояниям  $|\alpha\rangle, |\beta\rangle$ .

В настоящей работе представлен анализ образования селективных по скоростям состояний КПН на основе описания динамики атома матрицей плотности в представлении суперпозиционных состояний. Такое представление имеет значительное преимущество перед обычным представлением, поскольку оно прямо описывает динамику атомных суперпозиционных состояний, связанных и не связанных с внешним световым полем. Частично данное представление использовалось ранее для качественной оценки ширины импульсного (скоростного) распределения атомов, возникающего за счет формирования селективного по скоростям КПН [9]. Общее теоретическое описание рассматриваемого подхода обсуждалось в [13]. В настоящей работе для определенности рассматривается простейший, но вместе с тем практически важный случай трехуровневого  $\Lambda$ -атома, имеющего два подуровня в основном состоянии и один оптически возбужденный верхний уровень. Предполагается, что  $\Lambda$ -атом взаимодействует с двумя плоскими световыми волнами, каждая из которых находится вблизи резонанса с оптическим переходом из подуровня основного состояния в верхнее состояние атома.

## 2. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СУПЕРПОЗИЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ ДЛЯ АМПЛИТУД ВЕРОЯТНОСТИ

Рассмотрим предварительно основные уравнения, описывающие когерентную динамику волнового пакета  $\Lambda$ -атома, взаимодействующего со световым полем, составленным из двух бегущих световых волн:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 \cos(\mathbf{k}_1 \mathbf{r} - \omega_1 t) + \mathbf{E}_2 \cos(\mathbf{k}_2 \mathbf{r} - \omega_2 t), \quad (1)$$

где первая волна с частотой  $\omega_1$  предполагается находящейся вблизи резонанса с атомным переходом  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ , а вторая волна — с переходом  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  (рис. 1а).

При временах взаимодействия, малых по сравнению с временем спонтанного распада верхнего уровня, эволюция атомного волнового пакета описывается уравнением Шредингера, включающим гамильтониан

$$H = -(\hbar^2/2M)\Delta + H_0 - \mathbf{D}\mathbf{E}, \quad (2)$$

где гамильтониан  $H_0$  описывает внутренние состояния не возмущенного полем атома,  $V = -\mathbf{D}\mathbf{E}$  — оператор дипольного взаимодействия,  $\mathbf{D}$  — оператор дипольного момента атома. Полная волновая функция в координатном представлении, описывающая

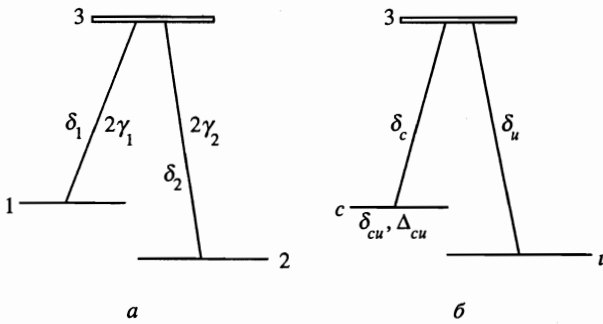


Рис. 1. Трехуровневый  $\Lambda$ -атом в стандартном представлении (а) и представлении суперпозиционных состояний (б)

внутреннюю и трансляционную динамику  $\Lambda$ -атома, может быть представлена обычным образом через атомные амплитуды вероятности  $a_\alpha = a_\alpha(\mathbf{r}, t)$ :

$$\Psi(\mathbf{r}, \xi, t) = \sum a_\alpha(\mathbf{r}, t) \psi_\alpha(\xi) \exp\left(-\frac{i\varepsilon_\alpha t}{\hbar}\right), \tag{3}$$

где  $\psi_\alpha(\xi)$  — невозмущенные волновые функции, описывающие движение электронов в атоме в состояниях  $|\alpha\rangle$ ,  $\alpha = 3, 2, 1$ . Амплитуды вероятности  $a_\alpha = a_\alpha(\mathbf{r}, t)$  удовлетворяют уравнениям, содержащим явную зависимость от координаты и времени:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} a_3 &= -\frac{\hbar}{2M} \Delta a_3 - g_1 \exp[i(\mathbf{k}_1 \mathbf{r} - \delta_1 t)] a_1 - g_2 \exp[i(\mathbf{k}_2 \mathbf{r} - \delta_2 t)] a_2, \\ i \frac{\partial}{\partial t} a_2 &= -\frac{\hbar}{2M} \Delta a_2 - g_2 \exp[-i(\mathbf{k}_2 \mathbf{r} - \delta_2 t)] a_3, \\ i \frac{\partial}{\partial t} a_1 &= -\frac{\hbar}{2M} \Delta a_1 - g_1 \exp[-i(\mathbf{k}_1 \mathbf{r} - \delta_1 t)] a_3, \end{aligned} \tag{4}$$

где  $g_1$  и  $g_2$  — половины частот Раби,  $\delta_1$  и  $\delta_2$  — расстройки:

$$g_1 = \mathbf{d}_{13} \mathbf{E}_1 / 2\hbar, \quad g_2 = \mathbf{d}_{23} \mathbf{E}_2 / 2\hbar, \tag{5}$$

$$\delta_1 = \omega_1 - \omega_{31}, \quad \delta_2 = \omega_2 - \omega_{32}, \tag{6}$$

и  $\omega_{\alpha\beta} = (\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta) / \hbar$  — частоты атомных переходов. Матричные элементы атомного дипольного момента  $\mathbf{d}_{\alpha\beta}$  для простоты предполагаются выбранными действительными.

Для анализа когерентной динамики  $\Lambda$ -атома, описываемой уравнениями (4), естественно ввести новые амплитуды вероятности  $b_\alpha(\mathbf{r}, t)$ , которые удовлетворяют уравнениям, не содержащим явной зависимости от времени и координат. Согласно уравнению (4), новые амплитуды вероятности следует определить соотношениями

$$a_3 = b_3, \quad a_2 = b_2 \exp[-i(\mathbf{k}_2 \mathbf{r} - \delta_2 t)], \quad a_1 = b_1 \exp[-i(\mathbf{k}_1 \mathbf{r} - \delta_1 t)]. \tag{7}$$

Новые амплитуды вероятности  $b_\alpha = b_\alpha(\mathbf{r}, t)$ ,  $\alpha = 3, 2, 1$  удовлетворяют уравнениям,

которые содержат только неявную зависимость от времени и координат:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} b_3 &= -\frac{\hbar}{2M} \Delta b_3 - g_1 b_1 - g_2 b_2, \\ i \frac{\partial}{\partial t} b_2 &= -\frac{\hbar}{2M} \Delta b_2 - g_2 b_3 + (\delta_2 + \omega_r) b_2 + i \mathbf{v}_2 \nabla b_2, \\ i \frac{\partial}{\partial t} b_1 &= -\frac{\hbar}{2M} \Delta b_1 - g_1 b_3 + (\delta_1 + \omega_r) b_1 + i \mathbf{v}_1 \nabla b_1, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\nabla = \partial/\partial \mathbf{r}$ , а  $\mathbf{v}_1 = \hbar \mathbf{k}_1/M$  и  $\mathbf{v}_2 = \hbar \mathbf{k}_2/M$  — скорости отдачи. Для рассматриваемого случая двух световых волн с близкими частотами  $\omega_1 \simeq \omega_2$  и близкими волновыми векторами  $|\mathbf{k}_1| \simeq |\mathbf{k}_2| \simeq k$  модули скоростей отдачи приблизительно совпадают:  $|\mathbf{v}_1| \simeq |\mathbf{v}_2| \simeq v_r = \hbar k/M$ . Величина  $\omega_r$  определяет общую энергию отдачи  $R = \hbar \omega_r$ :

$$\omega_r = \hbar k^2/2M. \quad (9)$$

Характер когерентной динамики трехуровневого  $\Lambda$ -атома в поле (1) особенно ясно виден из уравнений для амплитуд вероятности  $b_\alpha = b_\alpha(\mathbf{p}, t)$ , записанных в импульсном представлении:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} b_3 &= \frac{\mathbf{p}^2}{2M\hbar} b_3 - g_1 b_1 - g_2 b_2, \\ i \frac{\partial}{\partial t} b_2 &= \frac{\mathbf{p}^2}{2M\hbar} b_2 - g_2 b_3 + [\Delta(\mathbf{v}) - \delta(\mathbf{v})] b_2, \\ i \frac{\partial}{\partial t} b_1 &= \frac{\mathbf{p}^2}{2M\hbar} b_1 - g_1 b_3 + [\Delta(\mathbf{v}) + \delta(\mathbf{v})] b_1, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\mathbf{v} = \mathbf{p}/M$  — скорость атома,  $\Delta(\mathbf{v})$  и  $\delta(\mathbf{v})$  — зависящие от скорости расстройки:

$$\begin{aligned} \Delta(\mathbf{v}) &= \frac{1}{2} [(\delta_1 - \mathbf{k}_1 \mathbf{v}) + (\delta_2 - \mathbf{k}_2 \mathbf{v})] + \omega_r, \\ \delta(\mathbf{v}) &= \frac{1}{2} [(\delta_1 - \mathbf{k}_1 \mathbf{v}) - (\delta_2 - \mathbf{k}_2 \mathbf{v})]. \end{aligned} \quad (11)$$

Отметим, что в импульсном представлении соотношения (7) имеют вид

$$a_3(\mathbf{p}) = b_3(\mathbf{p}), \quad a_2(\mathbf{p}) = e^{i\delta_2 t} b_2(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_2), \quad a_1(\mathbf{p}) = e^{i\delta_1 t} b_1(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_1). \quad (12)$$

Из последних двух уравнений системы (10) можно прямо видеть, что при условии когерентного пленения населенности,

$$\delta(\mathbf{v}) = 0, \quad (13)$$

всегда существует специфическое состояние КПН, когда атомный волновой пакет не связан с возбуждающим оптическим излучением. Согласно структуре уравнений (11), существование состояния КПН становится очевидным, если, сохранив амплитуду вероятности для верхнего состояния, ввести суперпозиционные амплитуды вероятности  $b_c(\mathbf{p}, t)$  и  $b_u(\mathbf{p}, t)$  для нижних атомных состояний [1, 2]:

$$b_c = b_1 \sin \theta + b_2 \cos \theta, \quad b_u = b_1 \cos \theta - b_2 \sin \theta, \quad (14)$$

где

$$\sin \theta = g_1/g_0, \quad \cos \theta = g_2/g_0, \quad g_0^2 = g_1^2 + g_2^2, \quad (15)$$

а индексы «с» и «u» относятся к нижним суперпозиционным состояниям, оптически связанным (coupled) или не связанным (uncoupled) с верхним состоянием  $\Lambda$ -атома при условии КПН (13).

Уравнения для амплитуды вероятности  $b_3 = b_3(\mathbf{p}, t)$  и суперпозиционных амплитуд вероятности  $b_c = b_c(\mathbf{p}, t)$  и  $b_u = b_u(\mathbf{p}, t)$ , согласно определению (14) и уравнениям (10), есть

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} b_3 &= \frac{\mathbf{p}^2}{2M\hbar} b_3 - g_0 b_c, \\ i \frac{\partial}{\partial t} b_c &= \frac{\mathbf{p}^2}{2M\hbar} b_c - g_0 b_3 + [\Delta(\mathbf{v}) - \delta(\mathbf{v}) \cos 2\theta] b_c + \delta(\mathbf{v}) b_u \sin 2\theta, \\ i \frac{\partial}{\partial t} b_u &= \frac{\mathbf{p}^2}{2M\hbar} b_u + [\Delta(\mathbf{v}) + \delta(\mathbf{v}) \cos 2\theta] b_u + \delta(\mathbf{v}) b_c \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (16)$$

Как можно видеть из последнего уравнения данной системы, при условии (13) суперпозиционное состояние  $b_u = b_u(\mathbf{p}, t)$  не связано с другими атомными состояниями. Таким образом, представление суперпозиционных состояний (14) может рассматриваться как естественное представление для описания эффекта когерентного пленения населенности в  $\Lambda$ -атоме.

В координатном представлении соотношения (14) сохраняют свою структуру. В этом случае уравнения для суперпозиционных амплитуд вероятности  $b_\alpha = b_\alpha(\mathbf{r}, t)$ ,  $\alpha = 3, c, u$ , имеют вид

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} b &= -\frac{\hbar}{2M} \Delta b_3 - g_0 b_c, \\ i \frac{\partial}{\partial t} b_c &= -\frac{\hbar}{2M} \Delta b_c - g_0 b_3 + (\delta_1 \sin^2 \theta + \delta_2 \cos^2 \theta + \omega_r) b_c + \frac{1}{2} (\delta_1 - \delta_2) b_u \sin 2\theta + \\ &+ i(\mathbf{v}_1 \sin^2 \theta + \mathbf{v}_2 \cos^2 \theta) \nabla b_c + \frac{i}{2} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \nabla b_u \sin 2\theta, \\ i \frac{\partial}{\partial t} b_u &= -\frac{\hbar}{2M} \Delta b_u + \frac{1}{2} (\delta_1 - \delta_2) b_c \sin 2\theta + (\delta_1 \cos^2 \theta + \delta_2 \sin^2 \theta + \omega_r) b_u + \\ &+ \frac{i}{2} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \nabla b_c \sin 2\theta + i(\mathbf{v}_1 \cos^2 \theta + \mathbf{v}_2 \sin^2 \theta) \nabla b_u. \end{aligned} \quad (17)$$

С физической точки зрения система уравнений (17) эквивалентна системе (8). С математической точки зрения различие между системами (8) и (17) обусловлено использованием разных представлений: стандартного представления атомных состояний  $|2\rangle$ ,  $|1\rangle$  в системе (8) и представления суперпозиционных состояний  $|c\rangle$ ,  $|u\rangle$  в системе (17).

Отметим, что условие нормировки для суперпозиционных амплитуд вероятности  $b_\alpha$ ,  $\alpha = 3, c, u$  в координатном и импульсном представлениях имеют обычный вид

$$\int [|b_c|^2 + |b_u|^2 + |b_3|^2] d^3 r = 1, \quad (18a)$$

$$\int [|b_c|^2 + |b_u|^2 + |b_3|^2] d^3 p = 1. \quad (18b)$$

### 3. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СУПЕРПОЗИЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ ДЛЯ АТОМНОЙ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ

Введенное выше представление суперпозиционных состояний позволяет теперь обобщить описание эффекта КПН в  $\Lambda$ -атоме, включив в рассмотрение спонтанную релаксацию.

Естественным подходом к описанию квантовых статистических состояний атомного волнового пакета в резонансном световом поле является использование атомной матрицы плотности в представлении Вигнера,  $\rho = \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  (см., например, [14]). Представление Вигнера и координатное представление для матрицы плотности связаны известными соотношениями:

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int \rho\left(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{s}}{2}, \mathbf{r} - \frac{\mathbf{s}}{2}\right) \exp\left(-\frac{i\mathbf{p}\mathbf{s}}{\hbar}\right) d^3s, \\ \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \int \rho\left(\frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{2}, \mathbf{p}\right) \exp\left[\frac{i(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\mathbf{p}}{\hbar}\right] d^3p. \end{aligned} \quad (19)$$

Матрица плотности  $\rho$  отвечает амплитудам вероятности  $a_\alpha$ ,  $\alpha = 3, 2, 1$ . Для случая чистых атомных состояний в координатном представлении имеем

$$\rho_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = a_\alpha(\mathbf{r})a_\beta^*(\mathbf{r}'). \quad (20)$$

Элементы вигнеровской матрицы плотности  $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , описывающей динамику  $\Lambda$ -атома в поле (1), удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\rho_{33}(\mathbf{p}) &= ig_1 \exp[i(\mathbf{k}_1\mathbf{r} - \delta_1 t)] \rho_{13}\left(\mathbf{p} - \frac{\hbar\mathbf{k}_1}{2}\right) + ig_2 \exp[i(\mathbf{k}_2\mathbf{r} - \delta_2 t)] \rho_{23}\left(\mathbf{p} - \frac{\hbar\mathbf{k}_2}{2}\right) + \\ &+ \text{с.с.} - 2(\gamma_1 + \gamma_2)\rho_{33}(\mathbf{p}), \\ \frac{d}{dt}\rho_{22}(\mathbf{p}) &= ig_2 \exp[-i(\mathbf{k}_2\mathbf{r} - \delta_2 t)] \rho_{32}\left(\mathbf{p} + \frac{\hbar\mathbf{k}_2}{2}\right) + \text{с.с.} + 2\gamma_2 \int \Phi(\hat{\mathbf{n}}) \rho_{33}(\mathbf{p} + \hat{\mathbf{n}}\hbar k) d\hat{\mathbf{n}}, \\ \frac{d}{dt}\rho_{11}(\mathbf{p}) &= ig_1 \exp[-i(\mathbf{k}_1\mathbf{r} - \delta_1 t)] \rho_{31}\left(\mathbf{p} + \frac{\hbar\mathbf{k}_1}{2}\right) + \text{с.с.} + 2\gamma_1 \int \Phi(\hat{\mathbf{n}}) \rho_{33}(\mathbf{p} + \hat{\mathbf{n}}\hbar k) d\hat{\mathbf{n}}, \\ \frac{d}{dt}\rho_{31}(\mathbf{p}) &= ig_1 \exp[i(\mathbf{k}_1\mathbf{r} - \delta_1 t)] \left[ \rho_{11}\left(\mathbf{p} - \frac{\hbar\mathbf{k}_1}{2}\right) - \rho_{33}\left(\mathbf{p} + \frac{\hbar\mathbf{k}_1}{2}\right) \right] + \\ &+ ig_2 \exp[i(\mathbf{k}_2\mathbf{r} - \delta_2 t)] \rho_{21}\left(\mathbf{p} - \frac{\hbar\mathbf{k}_2}{2}\right) - (\gamma_1 + \gamma_2)\rho_{31}(\mathbf{p}), \\ \frac{d}{dt}\rho_{32}(\mathbf{p}) &= ig_2 \exp[i(\mathbf{k}_2\mathbf{r} - \delta_2 t)] \left[ \rho_{22}\left(\mathbf{p} - \frac{\hbar\mathbf{k}_2}{2}\right) - \rho_{33}\left(\mathbf{p} + \frac{\hbar\mathbf{k}_2}{2}\right) \right] + \\ &+ ig_1 \exp[i(\mathbf{k}_1\mathbf{r} - \delta_1 t)] \rho_{12}\left(\mathbf{p} - \frac{\hbar\mathbf{k}_1}{2}\right) - (\gamma_1 + \gamma_2)\rho_{32}(\mathbf{p}), \\ \frac{d}{dt}\rho_{12}(\mathbf{p}) &= ig_1 \exp[-i(\mathbf{k}_1\mathbf{r} - \delta_1 t)] \rho_{32}\left(\mathbf{p} + \frac{\hbar\mathbf{k}_1}{2}\right) - ig_2 \exp[i(\mathbf{k}_2\mathbf{r} - \delta_2 t)] \rho_{13}\left(\mathbf{p} + \frac{\hbar\mathbf{k}_2}{2}\right), \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\rho(\mathbf{p}) = \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ ,  $d/dt$  — полная (конвективная) производная по времени,

$$d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v}\partial/\partial \mathbf{r}, \quad (22)$$

$\hat{n}$  — единичный вектор, определяющий направление испускания фотона в отдельном акте спонтанного распада. Функция  $\Phi(\hat{n})$  определяет угловую асимметрию вероятности спонтанного испускания фотона и, соответственно, угловую анизотропию фотонной отдачи. Конкретная зависимость  $\Phi(\hat{n})$  определяется выбором поляризации световых волн [14]. Данная функция нормирована на единицу:

$$\int \Phi(\hat{n}) d\hat{n} = 1. \quad (23)$$

Элементы матрицы плотности удовлетворяют обычным условиям эрмитовости:  $\rho_{\alpha\beta}^*(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \rho_{\beta\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ . Частоты Раби и расстройки в уравнениях (21) определяются соотношениями (5) и (6).

Функция Вигнера  $W(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , описывающая форму атомного волнового пакета, определена соотношением

$$W(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \rho_{11}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + \rho_{22}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + \rho_{33}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t). \quad (24)$$

Функция Вигнера предполагается нормированной на один атом:

$$\int W(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d^3r d^3p = 1. \quad (25)$$

Уравнения (21) могут быть преобразованы в представление суперпозиционных состояний процедурой, которая использует связь между элементами матрицы плотности и амплитудами вероятности для чистых состояний атома. Для того чтобы реализовать данную процедуру, введем матрицу плотности  $\sigma$ , которая связана с амплитудами вероятности  $b_\alpha$ . Для чистых атомных состояний элементы матрицы плотности  $\sigma_{\alpha\beta}$  связаны с амплитудами вероятности  $b_\alpha$  соотношениями, имеющими общую структуру (20):

$$\sigma_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = b_\alpha(\mathbf{r})b_\beta^*(\mathbf{r}'), \quad (26)$$

где  $\alpha, \beta = 3, 2, 1$  в стандартном представлении атомных состояний и  $\alpha, \beta = 3, c, u$  в представлении суперпозиционных состояний.

Представление Вигнера и координатное представление для матрицы  $\sigma$  связаны соотношениями, которые совпадают с (19) при замене  $\rho \rightarrow \sigma$ . Используя эти соотношения и соотношения (7), (20), (26), удобно сначала найти соответствие между вигнеровскими матрицами плотности  $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \rho(\mathbf{p})$  и  $\sigma(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \sigma(\mathbf{p})$  в стандартном представлении атомных состояний:

$$\begin{aligned} \sigma_{33}(\mathbf{p}) &= \rho_{33}(\mathbf{p}), \quad \sigma_{22}(\mathbf{p}) = \rho_{22}(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}_2), \quad \sigma_{11}(\mathbf{p}) = \rho_{11}(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}_1), \\ \sigma_{31}(\mathbf{p}) &= \exp[-i(\mathbf{k}_1\mathbf{r} - \delta_1 t)] \rho_{31}\left(\mathbf{p} - \frac{\hbar\mathbf{k}_1}{2}\right), \\ \sigma_{32}(\mathbf{p}) &= \exp[-i(\mathbf{k}_2\mathbf{r} - \delta_2 t)] \rho_{32}\left(\mathbf{p} - \frac{\hbar\mathbf{k}_2}{2}\right), \\ \sigma_{12}(\mathbf{p}) &= \exp[i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\mathbf{r} - i(\delta_1 - \delta_2)t] \rho_{12}\left(\mathbf{p} - \frac{\hbar(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)}{2}\right). \end{aligned} \quad (27)$$

Используя далее еще раз связи между вигнеровским и координатным представлениями и принимая во внимание соотношения (14), (20), (26), можно найти связи между

элементами вигнеровской матрицы плотности  $\sigma$  в стандартном представлении атомных состояний и представлении суперпозиционных состояний:

$$\begin{aligned} \sigma_{33} &= \sigma_{33}, \\ \sigma_{cc} &= \sigma_{11} \sin^2 \theta + \sigma_{22} \cos^2 \theta + (\sigma_{12} + \sigma_{21}) \sin \theta \cos \theta, \\ \sigma_{uu} &= \sigma_{11} \cos^2 \theta + \sigma_{22} \sin^2 \theta - (\sigma_{12} + \sigma_{21}) \sin \theta \cos \theta, \\ \sigma_{3c} &= \sigma_{31} \sin \theta + \sigma_{32} \cos \theta, \quad \sigma_{3u} = \sigma_{31} \cos \theta - \sigma_{32} \sin \theta, \\ \sigma_{cu} &= (\sigma_{11} - \sigma_{22}) \sin \theta \cos \theta + \sigma_{21} \cos^2 \theta - \sigma_{12} \sin^2 \theta. \end{aligned} \tag{28a}$$

Обратные формулы преобразований для элементов вигнеровской матрицы плотности  $\sigma$  могут быть выписаны из приведенных выше уравнений:

$$\begin{aligned} \sigma_{22} &= \sigma_{cc} \cos^2 \theta + \sigma_{uu} \sin^2 \theta - (\sigma_{cu} + \sigma_{uc}) \sin \theta \cos \theta, \\ \sigma_{11} &= \sigma_{cc} \sin^2 \theta + \sigma_{uu} \cos^2 \theta + (\sigma_{cu} + \sigma_{uc}) \sin \theta \cos \theta, \\ \sigma_{31} &= \sigma_{3c} \sin \theta + \sigma_{3u} \cos \theta, \quad \sigma_{32} = \sigma_{3c} \cos \theta - \sigma_{3u} \sin \theta, \\ \sigma_{12} &= (\sigma_{cc} - \sigma_{uu}) \sin \theta \cos \theta - \sigma_{cu} \sin^2 \theta + \sigma_{uc} \cos^2 \theta. \end{aligned} \tag{28б}$$

Взяв, наконец, полные производные по времени от левых и правых частей уравнений (28а) и воспользовавшись уравнениями (21), (27) и (28а), (28б), можно окончательно получить следующие уравнения для вигнеровской матрицы плотности  $\sigma(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \sigma(\mathbf{p})$ , рассматриваемой в представлении суперпозиционных состояний:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sigma_{33}(\mathbf{p}) &= ig_0 [\sigma_{c3}(\mathbf{p}) - \sigma_{3c}(\mathbf{p})] - 2(\gamma_1 + \gamma_2)\sigma_{33}(\mathbf{p}), \\ \frac{d}{dt} \sigma_{cc}(\mathbf{p}) &= ig_0 [\sigma_{3c}(\mathbf{p}) - \sigma_{c3}(\mathbf{p})] + i\delta_{cu}(\mathbf{v}) [\sigma_{cu}(\mathbf{p}) - \sigma_{uc}(\mathbf{p})] + \\ &+ 2 \int \Phi(\hat{\mathbf{n}}) [\gamma_1 \sigma_{33}(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}_1 + \hat{\mathbf{n}} \hbar k) \sin^2 \theta + \gamma_2 \sigma_{33}(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}_2 + \hat{\mathbf{n}} \hbar k) \cos^2 \theta] d\hat{\mathbf{n}} + \\ &+ (\mathbf{v}_1 \sin^2 \theta + \mathbf{v}_2 \cos^2 \theta) \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \sigma_{cc}(\mathbf{p}) + \frac{1}{4}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \sin 2\theta \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} [\sigma_{cu}(\mathbf{p}) + \sigma_{uc}(\mathbf{p})], \\ \frac{d}{dt} \sigma_{uu}(\mathbf{p}) &= -i\delta_{cu}(\mathbf{v}) [\sigma_{cu}(\mathbf{p}) - \sigma_{uc}(\mathbf{p})] + \\ &+ 2 \int \Phi(\hat{\mathbf{n}}) [\gamma_1 \sigma_{33}(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}_1 + \hat{\mathbf{n}} \hbar k) \cos^2 \theta + \gamma_2 \sigma_{33}(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}_2 + \hat{\mathbf{n}} \hbar k) \sin^2 \theta] d\hat{\mathbf{n}} + \\ &+ (\mathbf{v}_1 \cos^2 \theta + \mathbf{v}_2 \sin^2 \theta) \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \sigma_{uu}(\mathbf{p}) + \frac{1}{4}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \sin 2\theta \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} [\sigma_{cu}(\mathbf{p}) + \sigma_{uc}(\mathbf{p})], \\ \frac{d}{dt} \sigma_{3c}(\mathbf{p}) &= ig_0 [\sigma_{cc}(\mathbf{p}) - \sigma_{33}(\mathbf{p})] + i\delta_{cu}(\mathbf{v})\sigma_{3u}(\mathbf{p}) + [i\delta_c(\mathbf{v}) - (\gamma_1 + \gamma_2)]\sigma_{3c}(\mathbf{p}) + \\ &+ \frac{1}{2}(\mathbf{v}_1 \sin^2 \theta + \mathbf{v}_2 \cos^2 \theta) \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \sigma_{3c}(\mathbf{p}) + \frac{1}{4}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \sin 2\theta \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \sigma_{3u}(\mathbf{p}), \\ \frac{d}{dt} \sigma_{3u}(\mathbf{p}) &= ig_0 \sigma_{cu}(\mathbf{p}) + [i\delta_u(\mathbf{v}) - (\gamma_1 + \gamma_2)]\sigma_{3u}(\mathbf{p}) + i\delta_{cu}(\mathbf{v})\sigma_{3c}(\mathbf{p}) + \\ &+ \frac{1}{2}(\mathbf{v}_1 \cos^2 \theta + \mathbf{v}_2 \sin^2 \theta) \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \sigma_{3u}(\mathbf{p}) + \frac{1}{4}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \sin 2\theta \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \sigma_{3c}(\mathbf{p}), \end{aligned} \tag{29}$$



$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sigma_{cu}(\mathbf{p}) = & i g_0 \sigma_{3u}(\mathbf{p}) + i \delta_{cu}(\mathbf{v}) [\sigma_{cc}(\mathbf{p}) - \sigma_{uu}(\mathbf{p})] + i \Delta_{cu}(\mathbf{v}) \sigma_{cu}(\mathbf{p}) + \\ & + \sin 2\theta \int \Phi(\hat{\mathbf{n}}) [\gamma_1 \sigma_{33}(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}_1 + \hat{\mathbf{n}} \hbar k) - \gamma_2 \sigma_{33}(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}_2 + \hat{\mathbf{n}} \hbar k)] d\hat{\mathbf{n}} + \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2) \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \sigma_{cu}(\mathbf{p}) + \frac{1}{4}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \sin 2\theta \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} [\sigma_{cc}(\mathbf{p}) + \sigma_{uu}(\mathbf{p})], \end{aligned}$$

где  $\mathbf{v}_1 = \hbar \mathbf{k}_1 / M$  и  $\mathbf{v}_2 = \hbar \mathbf{k}_2 / M$  есть скорости отдачи, причем  $|\mathbf{v}_1| \simeq |\mathbf{v}_2| \simeq v_r$ ,  $v_r$  — общая скорость отдачи. Входящие в уравнения (29) эффективные расстройки определены как

$$\begin{aligned} \delta_c(\mathbf{v}) &= (\delta_1 - \mathbf{k}_1 \mathbf{v}) \sin^2 \theta + (\delta_2 - \mathbf{k}_2 \mathbf{v}) \cos^2 \theta + \omega_r, \\ \delta_u(\mathbf{v}) &= (\delta_1 - \mathbf{k}_1 \mathbf{v}) \cos^2 \theta + (\delta_2 - \mathbf{k}_2 \mathbf{v}) \sin^2 \theta + \omega_r, \\ \delta_{cu}(\mathbf{v}) &= \frac{1}{2} [\delta_1 - \delta_2 + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \mathbf{v}] \sin 2\theta = \delta(\mathbf{v}) \sin 2\theta, \\ \Delta_{cu}(\mathbf{v}) &= [\delta_1 - \delta_2 + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \mathbf{v}] \cos 2\theta = 2\delta(\mathbf{v}) \cos 2\theta. \end{aligned} \quad (30)$$

С уравнениями (29) связана ведущая функция  $w$ , определенная, как обычно, шпуром, но уже по суперпозиционным состояниям:

$$w(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \sigma_{cc}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + \sigma_{uu}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + \sigma_{33}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t). \quad (31)$$

Эта функция, о которой естественно говорить как о квазифункции Вигнера, удовлетворяет уравнению движения

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} w = & 2 \int \Phi(\hat{\mathbf{n}}) [\gamma_1 \sigma_{33}(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}_1 + \hat{\mathbf{n}} \hbar k) + \gamma_2 \sigma_{33}(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}_2 + \hat{\mathbf{n}} \hbar k)] d\hat{\mathbf{n}} - \\ & - 2(\gamma_1 + \gamma_2) \sigma_{33}(\mathbf{p}) + (\mathbf{v}_1 \sin^2 \theta + \mathbf{v}_2 \cos^2 \theta) \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \sigma_{cc}(\mathbf{p}) + \\ & + (\mathbf{v}_1 \cos^2 \theta + \mathbf{v}_2 \sin^2 \theta) \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \sigma_{uu}(\mathbf{p}) + \frac{1}{2}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \sin 2\theta \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} [\sigma_{cu}(\mathbf{p}) + \sigma_{uc}(\mathbf{p})]. \end{aligned} \quad (32)$$

С физической точки зрения квазифункция Вигнера  $w$  отличается от атомной функции Вигнера  $W$ , поскольку она описывает атомный волновой пакет, состояния которого возмущены световым полем (1). Вместе с тем условие нормировки для квазифункции Вигнера совпадает с условием нормировки (25) для атомной функции Вигнера:

$$\int w(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d^3 r d^3 p = 1. \quad (33)$$

Атомная функция Вигнера, выраженная через элементы матрицы плотности в представлении суперпозиционных состояний, определяется соотношением

$$\begin{aligned} W(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = & \sin^2 \theta [\sigma_{cc}(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_1) + \sigma_{uu}(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_2)] + \cos^2 \theta [\sigma_{cc}(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_2) + \sigma_{uu}(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_1)] + \\ & + \frac{1}{2} \sin 2\theta [\sigma_{cu}(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_1) + \sigma_{uc}(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_1) - \sigma_{cu}(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_2) - \sigma_{uc}(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_2)] + \sigma_{33}(\mathbf{p}). \end{aligned} \quad (34)$$

Система уравнений (29) совместно с уравнением (32) является естественной системой уравнений, описывающей эффекты оптически индуцированной атомной когерентности в трехуровневом  $\Lambda$ -атоме. Как можно видеть, при нулевой эффективной

расстройке  $\delta_{cu}(\mathbf{v}) = 0$  (т. е. при условии (13)) и для пространственно-широкого волнового пакета атома третье уравнение системы (29) описывает состояние атома, которое не связано световым полем с другими атомными состояниями. Отцепление атомного состояния  $|u\rangle$  от других состояний атома означает, что при расстройке  $\delta_{cu}(\mathbf{v}) = 0$  вся атомная населенность перекачивается в это непоглощающее состояние  $|u\rangle$ . Таким образом, уравнения (29) явно описывают оптическую накачку селективного по скорости состояния КПН.

С формальной точки зрения, уравнения (29) описывают эффективный трехуровневый атом с верхним состоянием  $|3\rangle$  и двумя основными состояниями,  $|c\rangle$  и  $|u\rangle$  (рис. 1б). При выполнении условия КПН (13) уравнения (29) могут рассматриваться как составленные из трех связанных групп уравнений: уравнений, описывающих эволюцию эффективного двухуровневого атома с состояниями  $|3\rangle$  и  $|c\rangle$ , уравнения, описывающего оптическую накачку отдельного, не связанного с полем состояния  $|u\rangle$ , и уравнений, описывающих эволюцию когерентности между состояниями эффективного двухуровневого атома и отдельным состоянием  $|u\rangle$ .

#### 4. ВСТРЕЧНЫЕ ЛАЗЕРНЫЕ ВОЛНЫ

Разностные интегродифференциальные уравнения (29), (32) могут быть исследованы во многих практически важных случаях. В качестве конкретного примера приведем ниже аналитические оценки формы импульсного распределения  $\Lambda$ -атомов при временах, когда начинает возникать двухпиковая структура, обусловленная эффектом КПН. Для определенности рассмотрим неоднократно исследовавшийся экспериментально случай взаимодействия пространственно-широких атомных волновых пакетов со встречными световыми волнами, т. е. случай  $\mathbf{k}_1 = -\mathbf{k}_2 \simeq \mathbf{k} = k\mathbf{e}_z$ . Для простоты мы выберем одинаковые расстройки  $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ , одинаковые скорости релаксации  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma = \Gamma/2$  и одинаковые частоты Раби:  $g_1 = g_2 = g = g_0/\sqrt{2}$ .

В случае пространственно-широкого атомного волнового пакета в уравнениях (29), (32) можно пренебречь пространственными производными  $\partial\sigma_{\alpha\beta}/\partial\mathbf{r}$ . Далее можно учесть, что отдача, обусловленная спонтанным испусканием фотонов, может только сглаживать импульсное распределение. Соответственно, когда ширины пиков не малы по сравнению с импульсом отдачи, в подынтегральных выражениях в (29) можно использовать вместо функций  $\sigma_{33}(\mathbf{p} \pm \hat{\mathbf{n}}\hbar k)$  их приближенные выражения, полученные разложением в ряд по степеням импульса отдачи. При таких упрощениях система уравнений (29) сводится к системе приближенных разностных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sigma_{33} &= ig_0(\sigma_{c3} - \sigma_{3c}) - 2\Gamma\sigma_{33}, \\ \frac{d}{dt} \sigma_{cc} &= ig_0(\sigma_{3c} - \sigma_{c3}) - ikv(\sigma_{cu} - \sigma_{uc}) + \frac{1}{2}\Gamma[\sigma_{33}(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}) + \sigma_{33}(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k})] + \dots, \\ \frac{d}{dt} \sigma_{uu} &= ikv(\sigma_{cu} - \sigma_{uc}) + \frac{1}{2}\Gamma[\sigma_{33}(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}) + \sigma_{33}(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k})] + \dots, \\ \frac{d}{dt} \sigma_{3c} &= ig_0(\sigma_{cc} - \sigma_{33}) + (i\delta_r - \Gamma)\sigma_{3c} - ikv\sigma_{3u}, \end{aligned} \tag{35a}$$

$$\frac{d}{dt} \sigma_{3u} = ig_0 \sigma_{cu} + (i\delta_r - \Gamma) \sigma_{3u} - ikv \sigma_{3c},$$

$$\frac{d}{dt} \sigma_{cu} = ig_0 \sigma_{3u} - ikv(\sigma_{cc} - \sigma_{uu}) + \frac{1}{2} \Gamma [\sigma_{33}(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}) - \sigma_{33}(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k})] + \dots,$$

а уравнение (32) — к приближенному уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} w &= \Gamma [\sigma_{33}(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}) + \sigma_{33}(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k})] - 2\Gamma \sigma_{33} + \\ &+ \frac{1}{2} \hbar^2 k^2 \Gamma \sum \alpha_{ii} \frac{\partial^2}{\partial p_i^2} [\sigma_{33}(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}) + \sigma_{33}(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k})], \end{aligned} \quad (35b)$$

$p = Mv_z$ ,  $v_z$  — проекция скорости на ось  $z$ ,  $\Gamma = 2\gamma$ ,  $\delta_r = \delta + \omega_r$ . Коэффициенты  $\alpha_{ii}$  ( $i = x, y, z$ ) определяются угловым распределением вероятности спонтанного испускания фотонов:

$$\alpha_{ii} = \int n_i^2 \Phi(\hat{n}) d\hat{n}. \quad (36)$$

Для практически важного случая циркулярно поляризованных волн (конфигурация  $\sigma^+ - \sigma^-$ )

$$\Phi(\hat{n}) = \frac{3}{16\pi} (1 + n_z^2), \quad \alpha_{xx} = \alpha_{yy} = \frac{3}{10}, \quad \alpha_{zz} = \frac{2}{5}.$$

Отметим, что в уравнениях (35) в качестве аргументов указаны только те импульсы, которые сдвинуты на импульсы отдачи.

Следует подчеркнуть, что проведенное выше частичное упрощение уравнений для матрицы плотности не оказывает качественного влияния на форму импульсного распределения, поскольку введенные упрощения не влияют на представление суперпозиционных состояний. В частности можно отметить, что сделанные упрощения не влияют на величину расщепления волнового пакета в пространстве импульсов, заданную уравнением (34).

Дальнейший анализ уравнений для матрицы плотности может быть проведен для времен взаимодействия, больших по сравнению с характерными временами эволюции внутренних состояний атома, но вместе с тем не слишком больших, чтобы масштаб деформации импульсного распределения не становился меньше импульса отдачи.

Если при указанных временах вообще пренебречь импульсом отдачи в уравнениях (35а) и найти стационарные решения для тех элементов матрицы плотности, которые релаксируют со скоростью спонтанного распада  $\Gamma$ , а затем подставить стационарные решения в остальные уравнения (35а), то можно видеть, что в уравнениях (35а) неявно содержится еще одна константа релаксации порядка  $g^2/\Gamma$ . Эта вторая константа определяет скорость релаксации когерентности между суперпозиционными состояниями. Учитывая наличие в системе уравнений двух сравнимых времен релаксации, можно в нулевом приближении пренебречь сдвигами импульсов из-за отдачи и найти стационарные значения элементов матрицы плотности при временах  $t \gg \Gamma^{-1}$ ,  $(\Gamma/g)^2 \Gamma^{-1}$ . Последние могут быть выражены через квазифункцию Вигнера (плотность квазивероятности)  $w(\mathbf{p})$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{33}(\mathbf{p}) &= n_3(p)w(\mathbf{p}), & \sigma_{cc}(\mathbf{p}) &= n_c(p)w(\mathbf{p}), \\ \sigma_{uu}(\mathbf{p}) &= n_u(p)w(\mathbf{p}), & \sigma_{cu}(\mathbf{p}) &= \sigma_{uc}^*(\mathbf{p}) = \nu(p)w(\mathbf{p}), \end{aligned} \quad (37)$$

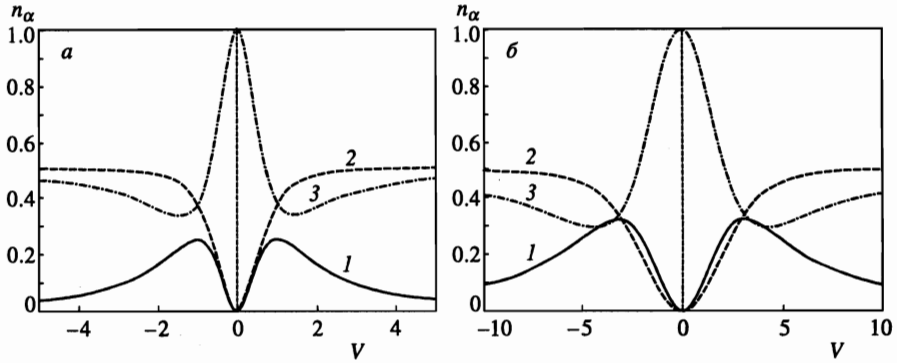


Рис. 2. Относительные населенности  $n_\alpha$  состояний  $\alpha = 3$  (кривая 1),  $\alpha = c$  (2) и  $\alpha = u$  (3) как функции безразмерной скорости  $V = kv/\Gamma$  при расстройке  $\delta = 0$ , параметре насыщения  $G = 1$  (а),  $G = 10$  (б) и при  $\omega_r/\Gamma = 0.05$

где введены безразмерные функции

$$\begin{aligned}
 n_3(p) &= G \left( \frac{kv}{\Gamma} \right)^2 d(p), \\
 n_c(p) &= \frac{1}{2} \left( \frac{kv}{\Gamma} \right)^2 \left[ 1 + G + \left( \frac{kv}{\Gamma} \right)^2 + \left( \frac{\delta_r}{\Gamma} \right)^2 \right] d(p), \\
 n_u(p) &= 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{kv}{\Gamma} \right)^2 \left[ 1 + 3G + \left( \frac{kv}{\Gamma} \right)^2 + \left( \frac{\delta_r}{\Gamma} \right)^2 \right] d(p), \\
 \nu(p) &= \frac{1}{2} \left( \frac{kv}{\Gamma} \right) \left[ \frac{\delta_r}{\Gamma} \left( G - 2 \left( \frac{kv}{\Gamma} \right)^2 + iG \right) \right] d(p)
 \end{aligned} \tag{38}$$

и использованы обозначения для резонансного фактора  $d$  и параметра насыщения  $G$ :

$$\begin{aligned}
 d(p) &= \left\{ G^2 + \left( \frac{kv}{\Gamma} \right)^2 \left[ 1 + G + \left( \frac{kv}{\Gamma} \right)^2 + \left( \frac{\delta_r}{\Gamma} \right)^2 \right] \right\}^{-1}, \\
 G &= \frac{1}{2} \left( \frac{g_0}{\Gamma} \right)^2 = \left( \frac{g}{\Gamma} \right)^2.
 \end{aligned} \tag{39}$$

Для рассматриваемого пространственно-широкого атомного волнового пакета функции (38) определяют относительные населенности  $n_\alpha(p)$  состояний  $\alpha = 3, c, u$  и когерентность  $\nu(p)$  суперпозиционных состояний (рис. 2).

Как можно теперь видеть из (34), в рассматриваемом низшем приближении решение (37) прямо описывает двухпиковое импульсное распределение, сконцентрированное при импульсах  $\pm \hbar k$ . Для физически наиболее интересной области малых импульсов  $|\Delta p| \leq M\Gamma/k$ , когда  $n_3 \simeq n_c \simeq \nu \simeq 0$ ,  $n_u \simeq 1$ , форма двухпикового импульсного распределения согласно уравнению (34) есть

$$W(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{2} [\sigma_{uu}(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}) + \sigma_{uu}(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}) + \sigma_{cc}(\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}) + \sigma_{cc}(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \sigma_{cu}(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}) + \sigma_{uc}(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}) - \sigma_{cu}(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}) - \sigma_{uc}(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}) + \sigma_{33}(\mathbf{p}) \simeq \\
 & \simeq \frac{1}{2} [w(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}) + w(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k})].
 \end{aligned} \tag{40}$$

Согласно (40) эффективная оценка временной эволюции функции Вигнера  $W$  может быть получена на основе уравнения для временной эволюции ведущей функции  $w$ . Подставляя решения нулевого приближения (37) в уравнение (356) и пренебрегая сдвигом импульса в плотности квазивероятности, можно найти приближенное уравнение для  $w = w(\mathbf{p}, t)$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} w = Qw + \sum \frac{\partial^2}{\partial p_i^2} (D_{ii}w). \tag{41}$$

В уравнении (41) функции  $Q$  и  $D_{ii}$ , заданные соотношениями

$$Q = \Gamma [n_3(p - \hbar k) + n_3(p + \hbar k)] - 2n_3(p), \tag{42}$$

$$D_{ii} = \hbar^2 k^2 \Gamma \alpha_{ii} n_3(p), \tag{43}$$

определяют эффективную скорость накачки и тензор квазидиффузии.

Уравнение (41) имеет прямой физический смысл. Первый член в правой части (41) в зависимости от знака  $Q$  описывает либо оптическую накачку непоглощающего состояния  $|u\rangle$ , либо уход населенности из непоглощающего состояния. Дифференциальный член описывают диффузионное уширение импульсов за счет спонтанных распадов. Поскольку оптическая накачка включает члены прихода  $n_3(v \pm v_r)$ , смещенные на шкале скоростей, то, согласно (42), собственно оптическая накачка происходит в узкой области малых скоростей. Последнее означает, что населенность состояния  $|u\rangle$  с течением времени всегда перекачивается в узкий пик вблизи нулевой скорости, который, согласно (40), определяет двухпиковую структуру волнового пакета атома на шкале скоростей.

Зависимость эффективной скорости накачки от атомной скорости, определяющая процесс оптической накачки состояния КПН, показана на рис. 3. В соответствии с (42) оптическая накачка состояния  $|u\rangle$  происходит в области, ограниченной величиной скорости отдачи. Вне этой узкой области, где  $Q < 0$ , населенность непоглощающего состояния  $|u\rangle$  релаксирует к нулевому значению. Зависимость эффективной скорости накачки от атомной скорости при разных интенсивностях световых волн показана на рис. 4. При низких интенсивностях волн скорость накачки является резкой функцией атомной скорости вследствие резкого провала в зависимости населенности верхнего состояния  $n_3$  от скорости. При высоких интенсивностях световых волн как провал в населенности верхнего состояния, так и зависимость эффективной скорости накачки от атомной скорости становятся широкими.

Согласно уравнению (41), характерное время, которое определяет образование двухпиковой структуры, обратно пропорционально как интенсивности световых волн, так и квадрату энергии отдачи:

$$\tau = \frac{1}{Q(0)} \simeq \frac{1}{8G} \left( \frac{\Gamma}{\omega_r} \right)^2 \Gamma^{-1}.$$

Например, для атомов  ${}^4\text{He}$ , возбуждаемых двумя циркулярно поляризованными лазерными волнами на переходе  $2^3S_1 - 2^3P_1$  ( $\lambda = 1.08$  мкм,  $\omega_r = 2.7 \cdot 10^5$  с $^{-1}$ ,  $2\Gamma = 1.6 \cdot 10^6$  с $^{-1}$ ), при умеренном параметре насыщения  $G = (g/\Gamma)^2 \simeq 1$  характерное время есть  $8 \cdot 10^{-6}$  с. Данная оценка находится в хорошем согласии с экспериментальным результатом [8].

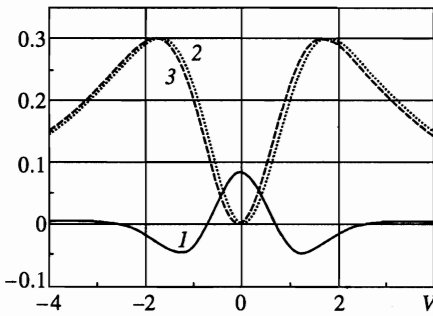


Рис. 3

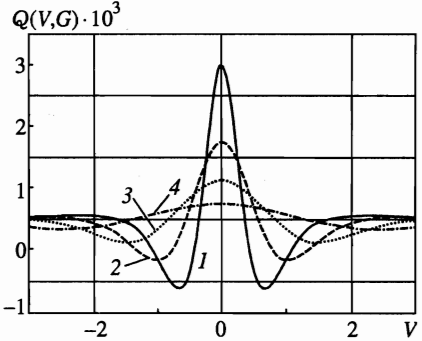


Рис. 4

Рис. 3. Нормированная эффективная скорость оптической накачки  $S = 50Q/\Gamma$  (кривая 1) и относительные населенности возбужденного состояния, сдвинутые в красную и голубую стороны: 2 —  $n_3(v + v_r)$  и 3 —  $n_3(v - v_r)$ , как функции безразмерной скорости  $V = kv/\Gamma$  при расстройке  $\delta = 0$ , параметре насыщения  $G = 3$  и  $\omega_r/\Gamma = 0.05$

Рис. 4. Нормированная эффективная скорость оптической накачки  $Q(V, G) = Q/2\Gamma$  как функция безразмерной скорости  $V = kv/\Gamma$  при  $\delta = 0$ ,  $\omega_r/\Gamma = 0.05$  и  $G = 1$  (кривая 1); 2 (2); 4 (3); 10 (4)

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный выше теоретический подход к оптической накачке не поглощающих свет состояний КПН в трехуровневых  $\Lambda$ -атомах показывает, что использование матрицы плотности в представлении суперпозиционных состояний является естественным способом описания процесса образования селективных по скоростям состояний КПН. Использование представления суперпозиционных состояний, как показано в данной работе, позволяет прямо описать форму селективного по скорости состояния КПН и получить кинетическое уравнение для плотности квазивероятности, которое определяет образование и эволюцию двухпикового скоростного распределения. Кинетическое описание эволюции скоростного (импульсного) распределения показывает, что процесс образования селективного по скорости состояния КПН может интерпретироваться как процесс оптической накачки при слабом влиянии квазидиффузии. Соответственно развитый кинетический подход позволяет оценивать параметры процесса образования селективных по скорости состояний КПН на основе одной основной величины — эффективной скорости оптической накачки.

Данное исследование выполнено при частичной поддержке Международного научного фонда (грант NL1000), Международного научного фонда и Правительства России (грант NL1300) и Российского фонда фундаментальных исследований (грант 95-02-05350).

## Литература

1. E. Arimondo and G. Orriols, *Lett. Nuovo Cimento* **17**, 33 (1976).
2. H. M. Gray, R. M. Whitley, and C. R. Stroud, *Opt. Lett.* **3**, 218 (1978).
3. F. T. Hioe, *J. Opt. Soc. Amer. B* **4**, 1327 (1987).
4. F. T. Hioe and C. E. Carrol, *Phys. Rev. A* **37**, 3000 (1988).
5. В. С. Смирнов, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *ЖЭТФ* **96**, 1613 (1989).
6. M. Kaivola, P. Thorsen, and O. Poulsen, *Phys. Rev. A* **32**, 207 (1985).
7. M. S. Shuhriar and P. R. Hemmer, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1865 (1990).
8. A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988).
9. A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Amer. B* **6**, 2112 (1989).
10. В. А. Алексеев, Д. Д. Крылова, *Лазерная физика* **2**, 781 (1992).
11. F. Bardou, J.P. Bouchaud, O. Emile, A. Aspect, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 203 (1994).
12. J. Lawall, S. Culin, B. Saubamea, N. Bigelow, M. Leduc, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4194 (1995).
13. O. Kocharovskaya, S.-Y. Zhu, M. O. Scully, P. Mandel, and Y. Y. Radeonychev, *Phys. Rev. A* **49**, 4928 (1994).
14. В. Г. Миногин, В. С. Летохов, *Давление лазерного излучения на атомы*, Наука, Москва (1987).