

ЭФФЕКТЫ ДАЛЬНИХ КОРРЕЛЯЦИЙ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН В НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СРЕДАХ В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОГО ВНУТРЕННЕГО ОТРАЖЕНИЯ ОТ ГРАНИЦ

Л. В. Королев, Д. Б. Rogozкин

*Московский инженерно-физический институт
115409, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 24 июня 1997 г.

В предположении сильного внутреннего отражения от границ исследовано крупномасштабное поведение пространственного распределения излучения в неупорядоченной среде. Предсказаны качественные изменения углового спектра когерентного обратного рассеяния и дальних пространственных корреляций интенсивности в прошедшем и отраженном потоках излучения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Возникающие в результате интерференции дальние корреляции многократно рассеянных волн проявляются в целом ряде необычных эффектов, наблюдаемых при транспорте электронов и света в средах со случайными неоднородностями. К ним относятся эффект слабой локализации в электронной проводимости и в других кинетических коэффициентах металлов и полупроводников [1–3], универсальные флуктуации полной проводимости образцов малых размеров [4, 5], а также усиление рассеяния назад и сильные флуктуации при распространении когерентного света в случайных средах [5–7].

Одним из факторов, сильно влияющих на распределение излучения в среде, является внутреннее отражение волн от ее границ [8, 9]. Появление отраженного от границы потока излучения может быть обусловлено обычным френелевским отражением, возникающим из-за разницы показателей преломления среды и вакуума [10, 11]. Предельный случай сильного отражения достигается при помещении рассеивателей в зеркальный резонатор [12]. В любом случае внутреннее отражение приводит к эффективному «запиранию» волн внутри рассеивающего слоя. При этом коэффициент внутреннего отражения r становится, наряду с толщиной слоя L , длинами свободного пробега l и поглощения l_a , еще одним параметром, управляющим динамикой распространения волн в среде.

Анализу влияния внутреннего отражения на перенос излучения в рассеивающей среде посвящено достаточно много работ [9–21]. Этот вопрос рассматривался в рамках обычной теории переноса [9, 11, 21], а в последнее время и при исследовании когерентных явлений [10–20].

В связи с анализом формы углового спектра когерентного обратного рассеяния проблема отражающих границ впервые была затронута в работе [13]. В [13] была предложена новая форма граничных условий к уравнению диффузии, в которых качественно учитывается эффект внутреннего отражения от границ слоя. Иной по сравнению с [13] подход к описанию распространения волн в условиях внутреннего отражения был предложен в [14, 18]. В [14, 18] не рассматривалось распределение излучения внутри среды, а

с самого начала проводилось суммирование потоков, испытывающих различное число отражений от границ. Корректный вывод граничных условий к уравнению диффузии для случая зеркального внутреннего отражения был дан в работе [10], где была вычислена корреляционная функция рассеянных полей и показано, что учет внутреннего отражения значительно улучшает согласие теории с экспериментом. При использовании подхода [10] были экспериментально определены различные параметры рассеивающей среды в условиях внутреннего отражения (см. [10, 15, 19, 20]). Дальние корреляции интенсивности при сильном внутреннем отражении рассматривались в работах [16, 17]. Результаты [16] и [17] были получены различными способами. Как показывает сравнение, они противоречат друг другу. Выводы обеих работ основаны на неверных исходных соотношениях для корреляторов интенсивности и поэтому должны быть пересмотрены. В частности, это касается частотной зависимости корреляций прошедших через слой потоков излучения.

В настоящей работе в условиях сильного внутреннего отражения от границ неупорядоченного слоя рассмотрены эффекты, обусловленные дальними корреляциями многократно рассеянных волн, — когерентное обратное рассеяние и дальние пространственные корреляции интенсивности. Подробно исследовано влияние внутреннего отражения на распределение излучения в среде и показано, что режим распространения волн определяется конкуренцией пропускающих способностей границ и самой неупорядоченной среды. Проведено сравнение различных подходов [10, 14] к решению задачи о распространении волн в среде при наличии внутреннего отражения. В условиях предельно сильного отражения найдены точные выражения для диффузионной асимптотики распределения излучения в среде и для угловой зависимости интенсивности в окрестности пика когерентного обратного рассеяния. Обнаружено качественное изменение зависимости формы пика от толщины рассеивающего образца. Показано также, что эффект «запирания» излучения при сильном внутреннем отражении приводит к существенному изменению формы спектра флуктуаций прошедшей и отраженной интенсивности. В спектре возникает максимум, отвечающий смене знака коррелятора интенсивностей. Найденная нами асимптотика частотных корреляций интенсивности отличается от полученных в [16, 17] и в условиях сильного внутреннего отражения описывается законом $(\Delta\omega)^{-3/2}$.

Полученные в настоящей работе результаты представляют интерес для исследований транспортных свойств плотных неупорядоченных образцов оптическими методами.

2. ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕГО ОТРАЖЕНИЯ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕУПОРЯДОЧЕННОЙ СРЕДЕ

Как известно [6, 22, 23], угловое распределение излучения при когерентном обратном рассеянии и спектр дальних корреляций интенсивности могут быть выражены через лестничные пропагаторы — решения линейного уравнения переноса [8, 24, 25]:

$$(\mathbf{\Omega}\nabla)I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) + \frac{1}{l_{tot}} I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \frac{1}{4\pi l} \int_{4\pi} I(\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}') d\mathbf{\Omega}' + S(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}), \quad (1)$$

где $I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$ — интенсивность излучения в точке \mathbf{r} в направлении $\mathbf{\Omega}$, $S(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$ — распределение источников, $l_{tot}^{-1} = (l_a^{-1} + l^{-1})$, l — упругая длина свободного пробега, l_a — длина поглощения. Для простоты однократное рассеяние в (1) полагаем изотропным.

В случае внутреннего отражения излучения от границ слоя, расположенного между плоскостями $z = 0$ и $z = L$, распределение источников может быть записано в виде

$$S(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta(\mathbf{\Omega} - \mathbf{\Omega}') + \delta(z) \int_{(\mathbf{n}\mathbf{\Omega}') > 0} r(\mathbf{\Omega}, \mathbf{\Omega}')(\mathbf{n}\mathbf{\Omega}')I(\rho, z = 0, \mathbf{\Omega})d\mathbf{\Omega}' + \\ + \delta(L - z) \int_{(\mathbf{n}\mathbf{\Omega}') > 0} r(\mathbf{\Omega}, \mathbf{\Omega}')(\mathbf{n}\mathbf{\Omega}')I(\rho, z = L, \mathbf{\Omega}')d\mathbf{\Omega}', \quad (2)$$

где $r(\mathbf{\Omega}, \mathbf{\Omega}')$ — коэффициент отражения от поверхности, \mathbf{n} — внешняя нормаль к границе слоя, ρ — параллельная границам слоя составляющая вектора \mathbf{r} .

Первое слагаемое в (2) отвечает источнику излучения единичной мощности в объеме среды, второе и третье слагаемые описывают излучение, отраженное от границ.

Нахождение интенсивности излучения из уравнения (1) с источником (2) и с произвольным коэффициентом отражения представляет собой сложную математическую задачу [8, 9, 21, 25]. Ее аналитическое решение удастся получить только в ряде предельных случаев, в частности, в случае диффузного (или ламбертовского) отражения (см. Приложение А).

Для выяснения качественных особенностей, которые вносит в пространственное распределение излучения внутреннее отражение, а также имея в виду последующее рассмотрение дальних (на расстояниях много больших длины свободного пробега l) корреляций, мы воспользуемся наиболее простым — диффузионным — приближением в (1). В условиях слабого поглощения ($l_a \gg l$) это приближение дает правильное качественное описание поведения интенсивности на пространственных масштабах, превышающих длину l . Результаты, полученные в диффузионном приближении, в дальнейшем мы уточним в пределе сильного внутреннего отражения, когда можно воспользоваться найденным в предположении диффузно отражающих границ точным решением.

Переход в уравнении (1) к диффузионному приближению проводится по обычной схеме [24, 25]. В предположении, что угловое распределение излучения слабо анизотропно,

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} (F(\mathbf{r}) + 3\mathbf{\Omega}\mathbf{J}(\mathbf{r})), \quad (3)$$

где

$$F(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}')d\mathbf{\Omega}', \quad \mathbf{J}(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} \mathbf{\Omega}'I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}')d\mathbf{\Omega}',$$

из уравнения (1) следует соотношение $\mathbf{J} = -(l/3)\nabla F(\mathbf{r})$ и уравнение диффузии для плотности энергии излучения $F(\mathbf{r})$ в среде:

$$\Delta F(\mathbf{r}) - \frac{1}{l_D^2}F(\mathbf{r}) + \frac{3}{l}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = 0, \quad (4)$$

где $l_D = (ll_a/3)^{1/2}$ — диффузионная длина.

Граничные условия к уравнению диффузии выражают баланс потоков на границе среды [8, 9]. С учетом поверхностной части источника (2) они имеют вид

$$\int_{(\mathbf{n}\mathbf{\Omega}) < 0} d\mathbf{\Omega}|\mathbf{n}\mathbf{\Omega}|I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})|_{z=0,L} = \int_{(\mathbf{n}\mathbf{\Omega}) < 0} d\mathbf{\Omega} \int_{(\mathbf{n}\mathbf{\Omega}') > 0} d\mathbf{\Omega}'(\mathbf{n}\mathbf{\Omega}')r(\mathbf{\Omega}, \mathbf{\Omega}')I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}')|_{z=0,L}. \quad (5)$$

Подставляя выражение (3) в (5), получаем

$$\left. \left(\frac{1}{2} F(\mathbf{r}) + \frac{l}{3} \mathbf{n} \nabla F(\mathbf{r}) \right) \right|_{z=0, L} = \left. \left(\frac{1}{2} r^{(1)} F(\mathbf{r}) - \frac{l}{3} r^{(2)} \mathbf{n} \nabla F(\mathbf{r}) \right) \right|_{z=0, L}, \quad (6)$$

где

$$r^{(n)} = (n+1) \int_0^1 d\mu \int_0^1 d\mu' \mu'^n \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' r(\mu, \mu', \varphi, \varphi'),$$

$\mu = |\Omega_z|$, $\mu' = |\Omega'_z|$, а φ, φ' — азимутальные углы векторов Ω и Ω' .

Формула (6) обобщает обычные граничные условия для уравнения диффузии [24, 25] на случай произвольного коэффициента отражения.

Если излучение отражается от поверхности зеркально (например, по закону Френеля),

$$r(\mu, \mu', \varphi, \varphi') = r(\mu) \delta(\mu - \mu') \delta(\varphi - \varphi'), \quad (7)$$

то граничные условия (6) принимают вид

$$F(z, \rho) + z_0 n_z \left. \frac{\partial F(z, \rho)}{\partial z} \right|_{z=0, L} = 0, \quad (8)$$

где

$$z_0 = \frac{2}{3} l \frac{1+r^{(2)}}{1-r^{(1)}}, \quad r^{(n)} = (n+1) \int_0^1 r(\mu) \mu^n d\mu. \quad (9)$$

Условия (8), (9) были предложены в работе [10].

Если граница рассеивающей среды представляет собой диффузно отражающую шероховатую поверхность, то

$$r(\mu, \mu', \varphi, \varphi') = \frac{r}{\pi} \mu, \quad z_0 = \frac{2}{3} l \frac{1+r}{1-r}, \quad (10)$$

где r — альbedo диффузно отражающей поверхности (отношение полного отраженного потока к падающему).

Как следует из (6), (8)–(10), при диффузионном режиме распространения волн граничные условия оказываются малочувствительными к детальному характеру внутреннего отражения от поверхности и зависят только от интегральных характеристик коэффициента отражения. При сильном внутреннем отражении ($1 - r^{(n)} \ll 1$) формулы (9) и (10) дают $z_0 \approx (4/3)l/(1 - r^{(1)}) \gg l$. В противоположном предельном случае ($r = 0$) $z_0 = 2l/3$ есть хорошо известное значение экстраполированной длины в диффузионном приближении [24, 25].

В уравнении (4) с граничным условием (8) удобно перейти к фурье-образу по разности $\rho - \rho'$. Тогда его решение можно представить в виде

$$\begin{aligned} F(\mathbf{q}, z, z') &= \int d(\rho - \rho') \exp(-iq(\rho - \rho')) F(\rho - \rho', z, z') = \\ &= \frac{3}{\gamma l} \frac{P((z+z' - |z-z'|)/2) P(L - (z+z' + |z-z'|)/2)}{[(\gamma z_0)^2 + 1] \operatorname{sh} \gamma L + 2\gamma z_0 \operatorname{ch} \gamma L}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $P(z) = \text{sh } \gamma z + \gamma z_0 \text{ ch } \gamma z$, $\gamma^2 = q^2 + 1/l_D^2$. В случае полубесконечной среды ($L \rightarrow \infty$) из (11) следует

$$F(q, z, z') = \frac{3}{\gamma l} \frac{1}{1 + \gamma z_0} P\left(\frac{z + z' - |z - z'|}{2}\right) \exp\left(-\gamma \frac{z + z' + |z - z'|}{2}\right). \quad (12)$$

При слабом внутреннем отражении ($z_0 \leq l$) результат (11) переходит в формулу, полученную без учета отражающих границ (см., например, [26, 27]):

$$F(q, z, z') = \frac{3}{\gamma l} \frac{1}{\text{sh } \gamma(L + 2z_0)} P\left(\frac{z + z' - |z - z'|}{2}\right) \exp\left(L - \frac{z + z' + |z - z'|}{2}\right), \quad (13)$$

где $P(z) = \text{sh } \gamma(z + z_0)$.

В условиях сильного внутреннего отражения при больших значениях z_0 ($z_0 \gg l$) в поведении (12) можно выделить новую область ($z_0^{-1} \ll q \ll l^{-1}$), где распределение F ведет себя как в среде с абсолютно отражающей поверхностью:

$$F(q, z, z') = \frac{3}{\gamma l} \text{ch } \gamma \left(\frac{z + z' - |z - z'|}{2}\right) \exp\left(-\gamma \frac{z + z' + |z - z'|}{2}\right). \quad (14)$$

С физической точки зрения переход к (14) описывает эффект запираия излучения в среде при сильном отражении от границы. Вероятность проникнуть через границу становится заметной только после многих отражений. Поэтому на небольших расстояниях от источника ($\rho \sim q^{-1} < z_0$), где эффективное число отражений от границы мало, распределение излучения отвечает случаю непрозрачной границы.

В отсутствие поглощения из (12) вытекает следующая пространственная зависимость плотности $F(z, z', \rho)$ вблизи границы:

$$F(z \leq l, z' \leq l, \rho) = \frac{3}{2\pi l} \begin{cases} 1/\rho, & l < \rho < z_0 \\ z_0^2/\rho^3, & z_0 < \rho \end{cases}. \quad (15)$$

Согласно (15) при небольших ρ значение F не зависит от z_0 и определяется тем же выражением, что и в среде с абсолютно отражающей границей. При больших ρ значение функции F оказывается в $(z_0/l)^2 \gg 1$ раз больше, чем в отсутствие внутреннего отражения.

В случае конечного слоя при больших значениях коэффициента отражения, когда выполняется неравенство $z_0 \gg L$, возникают новые эффекты. При $z_0 \gg L$ в предположении, что поглощение отсутствует, выражение (11) может быть записано в области малых пространственных частот $q \ll L^{-1}$ в следующем виде:

$$F(q, z, z') \approx \frac{3z_0}{2l} \frac{1}{1 + q^2 z_0 L/2}. \quad (16)$$

Из этой формулы сразу видно, что в условиях сильного внутреннего отражения меняется дальняя асимптотика пространственного распределения плотности. Если в отсутствие отражения ($z_0 = 2l/3$) из (11) следовал закон $F(z, z', \rho) \approx \exp(-\pi\rho/L)$, то в пределе $z_0 \gg L$ из (16) получаем

$$F(z, z', \rho) \approx \frac{3}{lL} \frac{1}{2\pi} K_0\left(-\rho\sqrt{\frac{2}{z_0 L}}\right). \quad (17)$$

Зависимость (17) является следствием запираания излучения в среде при сильном отражении от границ.

Используя выражение (11), можно обычным образом (см., например, [8]) вычислить коэффициент прохождения потока излучения через слой неупорядоченной среды. В случае упругого рассеяния при нормальном падении волн на поверхность

$$T = \frac{l + z_0}{L + 2z_0}. \quad (18)$$

Коэффициент отражения определяется в этом случае из условия сохранения потока, $R + T = 1$. Согласно (18) при сильном внутреннем отражении ($z_0 \gg L$) коэффициенты прохождения и отражения оказываются равны друг другу, $T = R = 1/2$. В этих условиях излучение многократно пересекает рассеивающий слой прежде чем покинет его и «забывает» через какую из границ вошло в среду.

Из формул (11)–(14) следует, что в диффузионном приближении структура выражений для пропагаторов носит универсальный характер, а отражающая способность границы влияет только на значение длины z_0 . При этом в условиях сильного внутреннего отражения значение $z_0 \simeq 4l/3(1 - r^{(1)})$ не зависит от того, является ли отражение от границы зеркальным или диффузным (ср. (9), (10)). Таким образом, при сильном внутреннем отражении, когда рассеянный поток многократно отражается от границ, угловое распределение излучения становится близким к изотропному и перестает быть чувствительным к деталям взаимодействия волн с границей среды. Отметим, что такая же особенность была отмечена в работе [28], в которой проводились численные расчеты переноса резонансного излучения в плоском резонаторе.

В случае диффузного (ламбертовского) отражения от границ помимо решения в диффузионном приближении (11) удается найти и точное аналитическое решение задачи (см. Приложение А). Если сопоставить его с решением (11), то можно, с одной стороны, оценить точность диффузионного приближения, а с другой — самое главное — понять механизм влияния внутреннего отражения на распространение излучения в среде.

В отличие от диффузионного решения (11), полученное в Приложении А строгое решение уравнения переноса позволяет разделить вклады, обусловленные волнами, испытывавшими и не испытывавшими внутреннего отражения от границ, и выразить распределение излучения в среде с отражающими границами через решение уравнения переноса в отсутствие внутреннего отражения. Последнее может быть найдено точно без каких-либо дополнительных предположений об условиях на границе (в отличие, например, от решения уравнения диффузии (4) с приближенным граничным условием типа (6)).

В решении (А.15), (А.16) вклад тех слагаемых, которые возникают за счет внутреннего отражения, становится существенным при

$$1 - r \ll R_q = 1 - \frac{4}{3} \gamma l \operatorname{cth} \gamma L \quad (19)$$

в случае отражения от полубесконечной среды (см. (А.15)) или при

$$1 - r \ll T_q = \frac{4}{3} \frac{\gamma l}{\operatorname{sh} \gamma L} \quad (20)$$

в случае прохождения излучения через конечный слой (см. (А.16)), где R_q и T_q — коэффициенты отражения и прохождения (через среду без отражающих границ) для

q -ой гармоники пространственного распределения излучения. Приведенные в неравенствах (19), (20) выражения для R_q и T_q справедливы при $\gamma l \ll 1$.

Из решений (А.15), (А.16), таким образом, ясно виден механизм влияния внутреннего отражения на режим распространения волн в среде. Режимом управляет конкуренция отражающих (или пропускающих) способностей границ и самой неупорядоченной среды. В отсутствие поглощения условие (19) эквивалентно условию $qz_0 \gg 1$, при котором эффективно реализуется режим распространения излучения в среде с полностью отражающей границей, а условие (20) переходит в неравенство $z_0 \gg L$, при выполнении которого наблюдается эффект сильного запираения излучения в резонаторе.

Приведенные в Приложении А выражения для функции $F(z, z', q)$ имеют точно такую же структуру, как и выражения (11), (12). Действительно, если в (А.15), (А.16) подставить соответствующие величины, вычисленные в приближении толстого слоя (см., например, [8, 23]), то мы придем к формулам, совпадающим по виду с (11), (12). Различия имеют следующий по малым величинам γl и l/L порядок и находятся за пределами точности диффузионного приближения, в рамках которого были получены формулы (11), (12).

3. КОГЕРЕНТНОЕ ОБРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ

Одним из наиболее ярких проявлений дальних корреляций волн при когерентном транспорте в случайной среде является усиление рассеяния «назад» [6, 7]. Пик в угловом спектре излучения, рассеянного в направлении «назад», возникает вследствие точного согласования фаз волн, распространяющихся в среде по одинаковым траекториям, но во взаимно противоположных направлениях. Вычисление интенсивности когерентного обратного рассеяния сводится к суммированию ряда максимально перекрестных — «верных» — диаграмм [6, 7, 22].

Вклад когерентно рассеянного излучения в угловой спектр можно записать в виде [6, 26, 29]:

$$J_c(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \frac{1}{4\pi l^2 A} \int d^3 r \int d^3 r' \Psi(\mathbf{r}, -\mathbf{k}) \Psi^*(\mathbf{r}, \mathbf{k}_0) F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Psi^*(\mathbf{r}', -\mathbf{k}) \Psi(\mathbf{r}', \mathbf{k}_0), \quad (21)$$

где $F(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — плотность энергии излучения (см. (3)), $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{k}_0)$ — среднее поле внутри среды при падении на ее поверхность плоской волны с волновым вектором \mathbf{k}_0 , \mathbf{k}_0 и \mathbf{k} — волновые векторы соответственно падающей и обратно рассеянной волн, A — площадь поверхности рассеивающего слоя. Интегрирование в (21) ведется по объему среды.

Мы ограничимся рассмотрением случая нормального падения излучения, когда эффекты преломления на границе несущественны и все определяется динамикой распространения волн внутри среды. Особенности, связанные с наклонным падением, уже обсуждались в [29].

Для случая нормального падения и малых углов отклонения θ от направления «назад» формула (21) принимает вид

$$J_c(\theta) = \frac{1-r}{4\pi l^2} \int_0^L dz \int_0^L dz' \exp\left(-\frac{z+z'}{l}\right) F(z, z', q), \quad (22)$$

где $F(z, z', q)$ — фурье-образ плотности энергии излучения (3), $q = |(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0)_\parallel| = k_0\theta$, $\mathbf{k}_{0\parallel}$ и \mathbf{k}_\parallel — параллельные границам слоя составляющие векторов \mathbf{k}_0 и \mathbf{k} , $k_0 = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны излучения, $r = r(\mu = 1)$ — коэффициент зеркального отражения (7) при нормальном падении. Распределение (22) нормировано на единичный прошедший через границу падающий поток.

Подставляя в (22) пропагатор (11), вычисленный в диффузионном приближении, для полубесконечной среды получаем

$$J_c(\theta) = \frac{3}{8\pi} (1-r) \frac{(1+2z_0/l) - \nu(2+3z_0/l)}{1+\nu z_0/l}, \quad (23)$$

где $\nu = k_0 l \theta \ll 1$. Эта формула обобщает полученные ранее результаты [6, 7, 22, 26] на случай, когда присутствует конечное внутреннее отражение. В области вершины ($\nu z_0/l \ll 1$) спектр обратного рассеяния имеет вид

$$J_c(\theta) \approx \frac{3(1-r)}{8\pi} \left(1 + 2\frac{z_0}{l} - 2\nu \left(1 + \frac{z_0}{l} \right)^2 \right) \quad (24)$$

и по своей структуре не отличается от результатов, полученных в отсутствие внутреннего отражения [6, 7, 22, 26, 29]. Из (24) следует, что при сильном отражении ($1-r \ll 1$), когда значение z_0 растет пропорционально $(1-r)^{-1}$, высота пика не изменяется, в то время как коэффициент при ν (т.е. угол наклона угловой зависимости $J_c(\theta)$) увеличивается. Таким образом, наблюдается сужение угловой зависимости $J_c(\theta)$, аналогичное обсуждавшемуся в [13]. В пределе сильного отражения от границы ($1-r \ll 1$) формула

$$J_c(\theta) = \frac{1-r}{\pi(1-r+4\nu/3)} = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{4}{3} \frac{\nu}{1-r} + \dots \right), & \nu \ll 1-r \\ \frac{3}{4\pi} \frac{1-r}{\nu}, & \nu \gg 1-r \end{cases} \quad (25)$$

является асимптотически точной по большому параметру $(1-r)^{-1}$ [11]. В этом можно убедиться, сравнивая полученный результат с решением, приведенным в Приложении А, и точным результатом для бесконечной среды [30].

Выражение для углового спектра когерентного обратного рассеяния от слоя конечной толщины при сильном внутреннем отражении имеет вид

$$J_c(\theta) = \frac{1-r}{\pi} \frac{(1-r) \operatorname{sh}(\nu L/l) + (4/3)\nu \operatorname{ch}(\nu L/l)}{((1-r)^2 + (4\nu/3)^2) \operatorname{sh}(\nu L/l) + (8/3)\nu(1-r) \operatorname{ch}(\nu L/l)}. \quad (26)$$

В (26) предполагается, что $L/l \gg 1$.

Согласно (26) конечность слоя проявляется при $\nu \ll l/L$. В этой области выражение для $J_c(\nu)$ можно записать следующим образом:

$$J_c(\theta) = \frac{1-r}{\pi} \frac{((1-r)L/l+4/3) + \nu^2(L/l)^2 ((1-r)L/l+4) / 6}{(1-r) ((1-r)L/l+8/3) + 4\nu^2 L ((1-r)L/l+4/3+(1-r)^2(L/l)^2/8) / 3l}. \quad (27)$$

В случае, когда $L/l > 1/(1-r)$, линейная зависимость J_c от ν сменяется при $\nu < l/L < 1-r$ квадратичным законом

$$J_c(\theta) = \frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{4l}{3(1-r)L} - \frac{4}{9} \nu^2 \frac{L}{(1-r)l} + \dots \right). \quad (28)$$

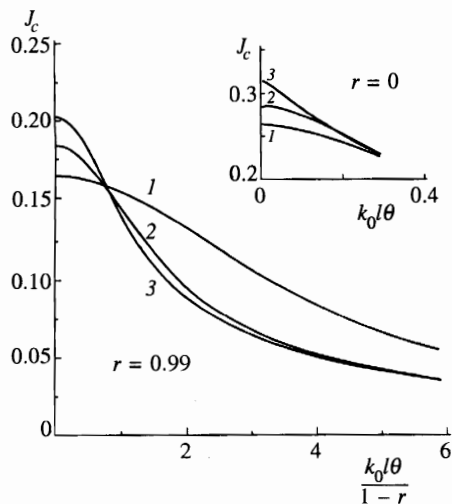


Рис. 1. Угловой спектр когерентного обратного рассеяния от слоя неупорядоченной среды в условиях сильного внутреннего отражения. Цифры у кривых соответствуют различным значениям толщины слоя $L/l = 10$ (1), 50 (2), 100 (3); коэффициент внутреннего отражения от границ $r = 0.99$. Для сравнения на вставке показан угловой спектр в отсутствие внутреннего отражения ($r = 0$ и $L/l = 5$ (1), 10 (2), 100 (3))

В условиях предельно сильного внутреннего отражения ($L/l < 1/(1-r)$) линейный участок в $J_c(\nu)$ вообще отсутствует, так как зависимость $J_c(\nu) \sim 1/\nu$ сменяется при $\nu < l/L$ зависимостью вида

$$\begin{aligned}
 J_c(\theta) &= \frac{1-r}{2\pi} \frac{1}{(1-r) + 2\nu^2 L/3l} = \\
 &= \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{L}{l} \frac{\nu^2}{1-r} + \dots \right), & \nu < \sqrt{\frac{(1-r)l}{L}} \\ \frac{3}{4\pi} \frac{l}{L} \frac{1-r}{\nu^2}, & \frac{l}{L} > \nu > \sqrt{\frac{(1-r)l}{L}} \end{cases} \quad (29)
 \end{aligned}$$

В рассматриваемом случае притупление пика когерентного обратного рассеяния наступает при $\nu \sim \sqrt{(1-r)l/L} < l/L$, что связано с эффектом запирания излучения в среде и возникающим в результате этого удлинением траекторий распространения волн. Другим проявлением запирания излучения является уменьшение вдвое интенсивности рассеяния точно назад. Это объясняется равенством вероятностей выхода излучения через переднюю и заднюю границы среды при сильном внутреннем отражении. Изменение формы углового спектра когерентного обратного рассеяния с уменьшением толщины рассеивающего слоя показано на рис. 1.

Выше мы предполагали, что поглощение отсутствует. Для того чтобы учесть слабое поглощение в среде, в полученных выше результатах нужно заменить ν на $\sqrt{\nu^2 + 3(1-\omega)} \ll 1$, где $\omega = l_{tot}/l$ — альbedo однократного рассеяния [6, 7].

4. ДАЛЬНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ

Рассмотрим теперь дальние корреляции между значениями отраженной или прошедшей через слой интенсивностей излучения. Так же как и когерентное обратное рассеяние, дальние корреляции интенсивности оказываются чувствительными к эффекту запирания волн в среде при внутреннем отражении на границе [16, 17, 23].

Определим корреляционную функцию интенсивностей с помощью соотношения

$$C(\rho, z_f) = \langle E(\rho, z = z_f)E(0, z = z_f) \rangle - \langle E(0, z = z_f) \rangle^2, \quad (30)$$

где $E(\rho, z_f)$ — плотность потока через поверхность в точке (ρ, z_f) , z_f — координата плоскости наблюдения, $z_f = 0$ для отражения и $z_f = L$ для прохождения. Угловые скобки в (30) отвечают усреднению по расположению рассеивателей.

Для фурье-образа корреляционной функции — спектра флуктуаций —

$$M(\mathbf{q}, z_f) = \int C(\rho, z_f) \exp(-i\mathbf{q}\rho) d^2\rho \quad (31)$$

справедливо соотношение [23]

$$M(\mathbf{q}, z_f) = \left(\frac{2\pi}{k_0}\right)^2 \frac{1}{4\pi l} \int_0^L dz \int_{4\pi} d\Omega \int_{4\pi} d\Omega' \langle E_f(z_f, \mathbf{q}|z, \Omega) - \langle E_f(z_f, \mathbf{q}|z, \Omega') \rangle \rangle^2 \times \\ \times \langle I_i(z, \Omega|z_i = 0, \Omega_0) \rangle \langle I_i(z, \Omega'|z_i = 0, \Omega_0) \rangle, \quad (32)$$

где $\langle I_i(z, \Omega|z_i = 0, \Omega_0) \rangle$ — средняя интенсивность излучения в направлении Ω на глубине z при падении на поверхность среды при $z_i = 0$ потока излучения в направлении Ω_0 ,

$$\langle E_f(z_f, \mathbf{q}|z, \Omega) \rangle = \int d^2\rho \exp(-i\mathbf{q}\rho) \int_{(\mathbf{n}\Omega_1) > 0} d\Omega_1 \langle I_f(\rho, z_f, \Omega_1|z, \Omega) \rangle, \quad (33)$$

$\langle I_f(\rho, z_f, \Omega_1|z, \Omega) \rangle$ — средняя интенсивность излучения в направлении Ω_1 в точке (ρ, z_f) на поверхности z_f от расположенного на глубине z точечного источника, излучающего в направлении Ω . Средняя интенсивность удовлетворяет уравнению переноса (1) с соответствующими источниками.

Формула (32) была выведена в [23] в борновском приближении для амплитуды одноцентрового рассеяния, когда учитываются только парные корреляции волновых полей. Для изотропно рассеивающих центров малого радиуса соотношение (32) дает главный вклад в спектр флуктуаций [31]. Значения «выходящих» пропагаторов $\langle E_f \rangle$ в формуле (32) берутся вне среды в непосредственной близости от ее границы. Величины $\langle I_i \rangle$ нормированы на единичный после прохождения через границу среды падающий поток. Как и выше, мы ограничимся случаем нормального падения излучения.

Формула (32) учитывает одновременно вклады ближних и дальних корреляций интенсивности [23, 31]. Как показано в [23, 31], из-за сохранения потока излучения при упругом рассеянии вклады ближних и дальних корреляций в спектр флуктуаций частично компенсируют друг друга, в результате чего спектр (32) определяется интегрированием по масштабам изменения переменной z , превышающим длину свободного пробега l . Для вычисления спектра можно воспользоваться диффузионным приближением (3). Повторяя выполненные в [23, 31] преобразования, но теперь с учетом граничного условия (8), (9), получим для спектра флуктуаций в диффузионном приближении следующее выражение:

$$M(q, z_f) = \frac{2\pi(l+z_0)^2 l^3}{27k_0^2} \int_0^L dz \left(\left| \frac{\partial}{\partial z_f} \frac{\partial}{\partial z} F(q, z_f, z) \right|^2 + \right. \\ \left. + q^2 \left| \frac{\partial}{\partial z_f} F(q, z_f, z) \right|^2 \right) \left| \frac{\partial}{\partial z_i} F(q=0, z, z_i) \right|^2, \quad (34)$$

где функция $F(q, z, z')$ определяется соотношением (11). В (34) предполагается, что $ql \ll 1$.

Ниже мы проанализируем спектр $M(q, z_f)$ для чисто упругого рассеяния в условиях сильного внутреннего отражения ($1 - r \ll 1$ или $z_0 \gg l$). Результат интегрирования по формуле (34) для общего случая, когда падающие волны различаются по частоте и в среде присутствует поглощение, приведен в Приложении Б.

При отражении от полубесконечной непоглощающей среды спектр флуктуаций интенсивности имеет вид ($z_i = z_f = 0$)

$$M_R(q) = \frac{6\pi}{k_0^2} \left(\frac{z_0}{l}\right)^2 \frac{ql}{(1 + qz_0)^2}. \quad (35)$$

При $q = 0$ выражение (35) определяет дисперсию коэффициента отражения [23], $\langle(\delta R)^2\rangle = M_R(q = 0)/A$, и вследствие сохранения потока при упругом рассеянии обращается в нуль. При $q = 1/z_0$ спектр (35) достигает своего максимального значения $(M_R)_{max} = 3\pi z_0/(2k_0^2 l)$, а при $q > 1/z_0$ убывает как $1/q$. При $1/z_0 < q < 1/l$ убывание спектра описывается зависимостью

$$M_R(q) = 6\pi/k_0^2 ql, \quad (36)$$

которая характеризует флуктуации интенсивности в среде с полностью отражающей границей.

Отвечающая спектру (35) корреляционная функция определяется выражением

$$C_R(\rho) = \frac{3}{k_0^2} \left(\frac{z_0}{l}\right)^2 \begin{cases} \frac{l}{z_0^3} \left(\frac{z_0}{\rho} - 2 \ln \frac{z_0}{\rho} + \dots\right), & \rho \ll z_0 \\ -\frac{l}{\rho^3}, & \rho \gg z_0 \end{cases}. \quad (37)$$

Согласно (37) в условиях сильного внутреннего отражения главный вклад в корреляционную функцию при $l < \rho \ll z_0$ не зависит от z_0 : $C_R(\rho) \approx 3l/(k_0^2 l^2 \rho)$. При таких значениях ρ вероятность фотонам покинуть среду пренебрежимо мала. При $\rho \gg z_0$ после многократных отражений от границы вероятность покинуть среду становится заметной, и корреляционная функция начинает убывать по тому же закону, что и в отсутствие отражения на границе [23]. При этом, однако, из-за большого числа отражений излучения от границы амплитуда дальних корреляций интенсивности увеличивается (при $\rho \gg z_0$ — в $(z_0/l)^2 \approx (4/3(1-r))^2 \gg 1$ раз).

В случае отражения волн от слоя конечной толщины спектр флуктуаций интенсивности выглядит следующим образом:

$$M_R(q) = \frac{6\pi}{k_0^2} \left(\frac{z_0}{l}\right)^2 \frac{l}{L} F_R(qL, qz_0), \quad (38)$$

где

$$F_R(x, x_0) = \frac{1}{2} \frac{x}{(x + 2x_0)^2 ((1 + x_0^2) \operatorname{sh} x + 2x_0 \operatorname{ch} x)^2} \times \\ \times \left\{ \left((x + x_0)^2 + \frac{1}{2} \right) ((1 + x_0^2) \operatorname{sh} 2x + 2x_0 \operatorname{ch} 2x) - \right. \\ \left. - (x + x_0) ((1 + x_0^2) \operatorname{ch} 2x + 2x_0 \operatorname{sh} 2x) - x_0^3 \right\}. \quad (39)$$

Если толщина слоя предельно велика ($l \ll z_0 \ll L$), то зависимость $M_R(q)$ от L существенна только в области низких пространственных частот ($q < 1/L$), где

$$M_R(q) = \frac{2\pi}{k_0^2} \left(\frac{z_0}{l}\right)^2 \frac{l}{L} \left(1 + \frac{13}{15}(qL)^2 + \dots\right). \quad (40)$$

Формула (40) отличается от аналогичной формулы, полученной в пренебрежении внутренним отражением на границе [23], только фактором усиления $(z_0/l)^2$. Он описывает уже отмеченное выше усиление амплитуды дальних корреляций. При $q > 1/L$ спектр $M_R(q)$ ведет себя так же, как и при отражении от полубесконечной среды.

Такое поведение спектра флуктуаций означает, что корреляции интенсивности при отражении излучения от предельно толстого слоя при $\rho < z_0$ ведут себя как в среде с полностью отражающей границей, а при $\rho > z_0$ повторяют усиленную в $(z_0/l)^2$ раз зависимость, полученную в отсутствие внутреннего отражения [23].

При сильном внутреннем отражении возможна ситуация, когда длина z_0 является максимальным пространственным масштабом, $l \ll L \ll z_0$. Это возможно, если пропускание границ $t = 1 - r$ существенно ниже, чем диффузное пропускание самой среды $T = 4l/3L$ (см. неравенство (20)). В этом случае характер корреляций радикально меняется. Спектр можно представить в виде

$$M_R(q) = \frac{6\pi}{k_0^2} \left(\frac{z_0}{l}\right)^2 \frac{l}{L} \begin{cases} \frac{1}{16} \left(\frac{L}{z_0}\right)^2 (1 + (qz_0)^2), & q \ll 1/z_0 \\ \frac{1}{8} \frac{qL \operatorname{sh} 2qL}{(2 \operatorname{ch} qL + qz_0 \operatorname{sh} qL)^2}, & q \gg 1/z_0 \end{cases}. \quad (41)$$

Согласно (41), спектр $M_R(q)$ имеет максимум при $q = (2/z_0L)^{1/2}$. При $q \gg (2/z_0L)^{1/2}$ спектр убывает по закону

$$M_R(q) = \frac{3\pi}{4k_0^2} \frac{1}{ql} \frac{\operatorname{sh} 2qL}{\operatorname{sh}^2 qL} \quad (42)$$

и не зависит от z_0 . Выражение (42) описывает спектр флуктуаций в слое среды, ограниченном идеально отражающими стенками. Интересно отметить, что при $q \gg 1/L$ из (42) следует зависимость $M_R(q) \approx 3\pi/(2k_0^2 ql)$, отличающаяся от (36) только дополнительным фактором $1/4$. Понять происхождение этого фактора достаточно просто. При $z_0 \gg L$ излучение многократно отражается от границ и «забывает» через какую границу вошло в среду; значения коэффициентов отражения и прохождения совпадают и равны $1/2$. В связи с этим спектр флуктуаций отраженной интенсивности при $q \gg 1/L$ должен совпадать с аналогичным выражением для полубесконечной среды, но которое отвечает уменьшенной в два раза падающей интенсивности.

Соответствующая спектру (41) корреляционная функция ведет себя следующим образом:

$$C_R(\rho) = \frac{3}{(k_0 l)^2} \begin{cases} \frac{1}{4} \frac{l}{\rho}, & l < \rho < L \\ \frac{1}{8} \frac{l}{L} \ln \frac{2z_0 L}{\rho^2}, & L < \rho < \sqrt{z_0 L/2} \\ -\frac{1}{8} \frac{l}{L} \sqrt{\frac{\pi \rho}{\sqrt{2Lz_0}}} \exp\left(-\rho \sqrt{\frac{2}{Lz_0}}\right), & \rho > \sqrt{z_0 L/2} \end{cases}. \quad (43)$$

Сопоставление с результатами [23] показывает, что поведение $C_R(\rho)$ совершенно отличается от того, что мы видели в отсутствие внутреннего отражения на границах. Области положительных и отрицательных корреляций интенсивности меняются местами.

На относительно малых расстояниях, $l < \rho < L$, $C_R(\rho)$ ведет себя в соответствии с теми закономерностями, которые уже обсуждались выше. При больших ρ , $\rho > L$, корреляционная функция плавно убывает, меняет знак при $\rho \approx \sqrt{Lz_0}$, проходит через минимум при $\rho \approx 1.7\sqrt{Lz_0}$ и далее стремится к нулю по экспоненциальному закону, оставаясь, в отличие от [23], все время отрицательной.

Обсудим теперь влияние сильного внутреннего отражения на спектр флуктуаций прошедшей через слой интенсивности ($z_i = 0$, $z_f = L$)

$$M_T(q) = \frac{6\pi}{k_0^2} \left(\frac{z_0}{l}\right)^2 \frac{l}{L} F_T(qL, qz_0), \quad (44)$$

где

$$F_T(x, x_0) = \frac{1}{2} \frac{x}{(x + 2x_0)^2 ((1 + x_0^2) \operatorname{sh} x + 2x_0 \operatorname{ch} x)^2} \times \\ \times \left\{ \left(x_0^2 + \frac{1}{2}\right) ((1 + x_0^2) \operatorname{sh} 2x + 2x_0 \operatorname{ch} 2x) + \right. \\ \left. + x_0 ((1 + x_0^2) \operatorname{ch} 2x + 2x_0 \operatorname{sh} 2x) - (1 + x_0^2)(x + x_0) - 2x_0(x + x_0)^2 - x_0 \right\}. \quad (45)$$

Для предельно толстого слоя ($l \ll z_0 \ll L$) из (44), (45) получаем

$$M_T(q) = \frac{6\pi}{k_0^2} \left(\frac{z_0}{l}\right)^2 \frac{l}{L} \begin{cases} \frac{1}{3} \left(1 - \frac{2}{15}(qL)^2 + \dots\right), & q \ll 1/L \\ \frac{1}{2qL} \left(1 + \frac{(qz_0)^2}{(1 + qz_0)^2}\right), & q \gg 1/L \end{cases}. \quad (46)$$

По сравнению со случаем, когда внутреннее отражение на границах несущественно [27, 32, 33], амплитуда корреляций интенсивности прошедшего излучения увеличивается в $(z_0/l)^2$ раз. Это есть следствие многократных отражений от границ слоя. Причем, при больших q , $q > 1/z_0$, амплитуда спектра дополнительно увеличивается в два раза, так как наступает режим корреляций как в среде с абсолютно отражающей границей. При $q > 1/z_0$ флуктуации могут быть описаны соответствующей формулой, уже обсуждавшейся выше для геометрии отражения (см. (36)), с тем лишь отличием, что в ней нужно учесть мощность «источника», т. е. дополнительно умножить на квадрат коэффициента пропускания через слой $T \sim z_0/L$ (см. (18) при $l \ll z_0 \ll L$).

В предельном случае сильного внутреннего отражения, $l \ll L \ll z_0$, как уже отмечалось выше, пропускание самого рассеивающего вещества (без границ) превышает пропускание границ слоя. Фотоны в процессе многократных пересечений слоя забывают, через какую из границ они проникли в рассеивающую среду. Поэтому флуктуации на обеих границах подчиняются одним и тем же закономерностям (ср. (44), (45) с (41)–(43)).

Качественные изменения формы спектров $M_R(q)$ и $M_T(q)$ с увеличением коэффициента внутреннего отражения продемонстрированы на рис. 2.

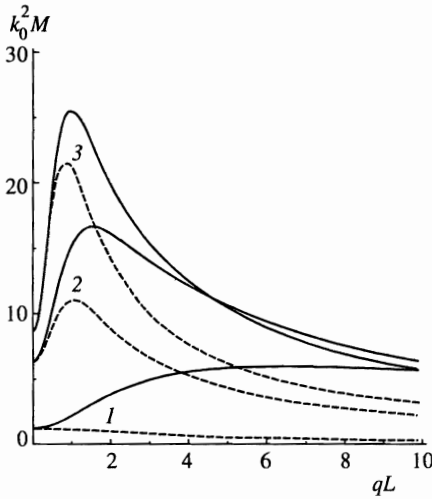


Рис. 2. Спектры флуктуаций отраженного (сплошные кривые) и прошедшего (штриховые кривые) излучения при различных значениях коэффициента внутреннего отражения ($r = 0.5$ (1), 0.9 (2), 0.95 (3)). Толщина слоя $L/l = 10$

Рассмотрим теперь флуктуации полных коэффициентов отражения и пропускания среды. Дисперсия этих величин определяется значением спектра при $q = 0$ [23]. В случае чисто упругого рассеяния, с которым мы имеем дело, $R + T = 1$, и поэтому

$$\langle(\delta R)^2\rangle = \langle(\delta T)^2\rangle = \frac{1}{A} M_{R,T}(q=0). \quad (47)$$

Подставляя в (47) выражения (38), (39) или (44), (45), получим

$$\langle(\delta R)^2\rangle = \langle(\delta T)^2\rangle = \frac{2\pi l}{Ak_0^2} \left(\frac{z_0}{l}\right)^2 \frac{(L+z_0)^3 - z_0^3}{(L+2z_0)^4}. \quad (48)$$

Выражение (48) немонотонно зависит от толщины слоя L . При $L \ll z_0$ дисперсия линейно растет с толщиной

$$\langle(\delta R)^2\rangle = \langle(\delta T)^2\rangle \approx \frac{3\pi}{2Ak_0^2} \frac{L}{l},$$

в то время как для предельно толстого слоя дисперсия убывает по закону

$$\langle(\delta R)^2\rangle = \langle(\delta T)^2\rangle \approx \frac{2\pi}{Ak_0} \left(\frac{z_0}{l}\right)^2 \frac{1}{L}.$$

Максимального значения дисперсия достигает при $L \approx 2z_0$,

$$\langle(\delta R)^2\rangle = \langle(\delta T)^2\rangle \approx \frac{\pi}{5Ak_0^2} \frac{z_0}{l}.$$

Что касается относительной величины флуктуаций прозрачности среды, то $\langle(\delta T)^2\rangle/\langle T\rangle^2$ линейно растет с толщиной L ,

$$\frac{\langle(\delta T)^2\rangle}{\langle T\rangle^2} = \frac{2\pi}{2Ak_0^2} \left(\frac{L}{l}\right) \frac{L^2 + 3Lz_0 + 3z_0^2}{(L+2z_0)^2} = \frac{2\pi}{2Ak_0^2} \left(\frac{L}{l}\right) \begin{cases} \frac{3}{4}, & L \ll z_0 \\ 1, & L \gg z_0 \end{cases}. \quad (49)$$

До сих пор мы предполагали, что падающие на среду волны являются монохроматическими. Однако во многих экспериментах [7, 15] это условие не выполняется. Предметом исследования являются корреляции между потоками излучения на различных частотах.

Если частоты падающих на среду волн различаются на $\Delta\omega$, то соответствующее выражение для спектра флуктуаций можно получить из (32), подставив в (32) «входящие» пропагаторы в виде

$$\langle I_i(z, \mathbf{\Omega} | z_i = 0, \mathbf{\Omega}_0, \Delta\omega) \rangle \langle I_i(z, \mathbf{\Omega}' | z_i = 0, \mathbf{\Omega}_0, -\Delta\omega) \rangle,$$

где величина $\langle I_i(z, \mathbf{\Omega} | z_i = 0, \mathbf{\Omega}_0, \pm\Delta\omega) \rangle$ удовлетворяет транспортному уравнению типа (1) для модулированного с частотой $\pm\Delta\omega$ сигнала. Соответствующее уравнение получается из (1) с помощью замены l_a^{-1} на $l_a^{-1} \pm i\Delta\omega/c$ [7]. При небольших значениях $\Delta\omega$, $\Delta\omega \ll c/l$, пропагаторы интенсивности можно вычислить в диффузионном приближении. В этом приближении для спектра получается выражение, отличающееся от (34) лишь тем, что «входящие» F -функции нужно брать (см. формулу (11)) при комплексном поглощении $l_a^{-1} \pm i\Delta\omega/c$.

Наибольший интерес представляет исследование частотной зависимости корреляций между значениями полных отраженных или прошедших потоков [7, 16, 17]. При чисто упругом рассеянии в среде корреляции в прошедшем и отраженном потоках излучения совпадают:

$$\begin{aligned} C(\Delta\omega) &= \langle (T_{\omega_0+\Delta\omega/2} - \langle T_{\omega_0+\Delta\omega/2} \rangle) (T_{\omega_0-\Delta\omega/2} - \langle T_{\omega_0-\Delta\omega/2} \rangle) \rangle = \\ &= \langle (R_{\omega_0+\Delta\omega/2} - \langle R_{\omega_0+\Delta\omega/2} \rangle) (R_{\omega_0-\Delta\omega/2} - \langle R_{\omega_0-\Delta\omega/2} \rangle) \rangle. \end{aligned} \quad (50)$$

Это является следствием сохранения потока, $R + T = 1$.

При $\Delta\omega \ll c/l$ в диффузионном приближении получаем для функции $C(\Delta\omega)$ следующее выражение:

$$C(\Delta\omega) = \frac{6\pi}{Ak_0^2} \left(\frac{z_0}{L + 2z_0} \right)^2 \left(\frac{L}{l} \right) \Phi \left(\frac{L}{l_{\Delta\omega}}, \frac{z_0}{L} \right), \quad (51)$$

где $l_{\Delta\omega} = (2lc/3\Delta\omega)^{1/2}$, а универсальная функция $\Phi(x, y)$ имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi(x, y) &= \{ 2x^2y^2(\text{sh } 2x + \sin 2x) + (\text{sh } 2x - \sin 2x) + 2xy(\text{ch } 2x - \cos 2x) \} \times \\ &\times \{ 2x [4xy(\text{sh } 2x + \sin 2x) + 8x^3y^3(\text{sh } 2x - \sin 2x) + \\ &+ 8x^2y^2(\text{ch } 2x + \cos 2x) + (1 + 4x^4y^4)(\text{ch } 2x - \cos 2x)] \}^{-1}. \end{aligned} \quad (52)$$

Длина $l_{\Delta\omega}$ определяет глубину проникновения в среду объемной спекл-структуры, которая образована интерференцией падающих волн. Зависимость $C(\Delta\omega)$ при различных значениях коэффициента внутреннего отражения показана на рис. 3. Формулы (51), (52) упрощаются в двух предельных случаях.

При $L \ll l_{\Delta\omega}$ зависимость C от частоты заметна только при очень сильном внутреннем отражении, $z_0 \gg L$. В этом случае

$$C(\Delta\omega) \approx \frac{3\pi}{8Ak_0^2} \left(\frac{L}{l} \right) \frac{l_{\Delta\omega}^4}{l_{\Delta\omega}^4 + L^2z_0^2} = \frac{3\pi}{8Ak_0^2} \left(\frac{L}{l} \right) \begin{cases} 1, & \sqrt{Lz_0} \ll l_{\Delta\omega} \\ \frac{l_{\Delta\omega}^4}{L^2z_0^2}, & L \ll l_{\Delta\omega} \ll \sqrt{Lz_0} \end{cases}, \quad (53)$$

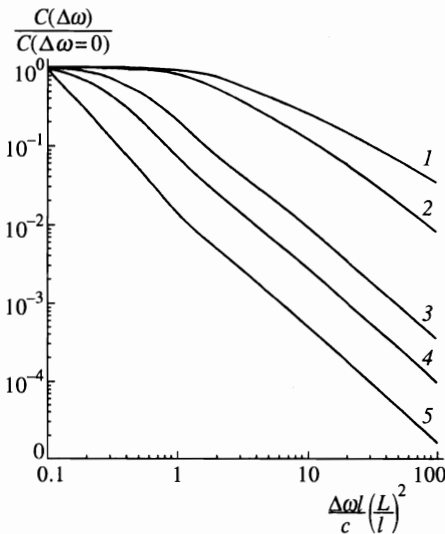


Рис. 3. Частотная корреляция потоков при различных значениях коэффициента внутреннего отражения ($r = 0$ (1), 0.5 (2), 0.9 (3), 0.95 (4), 0.99 (5)). Толщина слоя $L/l = 10$

т. е. частотная зависимость проявляется при $l_{\Delta\omega} < \sqrt{Lz_0}$, и с увеличением $\Delta\omega$ корреляции ослабевают по закону $\Delta\omega^{-2}$.

При $l_{\Delta\omega} \ll L$ соотношения (51), (52) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned}
 C(\Delta\omega) &\approx \frac{3\pi}{Ak_0^2} \left(\frac{z_0}{L+2z_0} \right)^2 \frac{l_{\Delta\omega}^3}{l((l_{\Delta\omega}+z_0)^2+z_0^2)} = \\
 &= \frac{3\pi}{Ak_0^2} \left(\frac{z_0}{L+2z_0} \right)^2 \begin{cases} \frac{l_{\Delta\omega}}{l}, & z_0 \ll l_{\Delta\omega} \\ \frac{l_{\Delta\omega}^3}{2lz_0^2}, & l_{\Delta\omega} \ll z_0 \end{cases} .
 \end{aligned} \quad (54)$$

Согласно (54), при не очень сильном внутреннем отражении (или не очень больших значениях частотного сдвига $\Delta\omega$) поведение корреляционной функции $C(\Delta\omega)$ качественно такое же как в случае, когда внутреннее отражение на границах отсутствует [7, 27, 32, 33]. Что касается области больших $\Delta\omega$, то здесь поведение $C(\Delta\omega)$ изменяется. Корреляции между потоками на разнесенных частотах убывают с ростом $\Delta\omega$ по закону $\Delta\omega^{-3/2}$. Этот результат отличается от выводов [16, 17], где были предсказаны другие зависимости — соответственно $\Delta\omega^{-1}$ и $\Delta\omega^{-1/2}$. Причины расхождения с [16, 17] объясняются следующим. В [16] были некорректным образом феноменологически введены «поверхностные» источники флуктуаций излучения. То, как это было сделано в [16], противоречит условию сохранения потока при упругом рассеянии. Что касается [17], то выражение для коррелятора интенсивностей, полученное в этой работе, также не согласуется с условием сохранения потока. При выводе корреляционной функции авторы [17] предполагали наличие у нее симметрии относительно перестановки «входящих» и «выходящих» пропагаторов. Подобная симметрия есть только для корреляций диффузионных потоков в неограниченной однородной среде [34]. В случае конечной геометрии симметрия корреляционной функции интенсивности становится более сложной [33]. Только часть выведенного в [33] полного коррелятора дает вклад в частотную корреляционную функцию потоков. Для нее указанная симметрия отсутствует.

5. ВЫВОДЫ

Как показано выше, внутреннее отражение от границ неупорядоченной системы изменяет режим распространения волн на масштабах, превышающих длину свободного пробега, и заметно сказывается на эффектах, обусловленных дальними корреляциями многократно рассеянных волн.

В условиях сильного внутреннего отражения ($1 - r \ll 1$) происходит существенная перестройка пространственного распределения излучения в веществе. Об этом свидетельствуют вычисления, проведенные как в рамках диффузионного приближения, так и в предположении диффузно отражающих границ. В пределе сильного внутреннего отражения оба подхода дают совпадающие результаты. Структура точных соотношений позволяет на качественном уровне понять, что режим распространения излучения в среде определяется конкуренцией отражающих (или пропускающих) способностей границ и самого рассеивающего вещества. При $1 - r \ll 1$ можно выделить две ситуации.

В случае предельно толстого слоя, когда пропускание границ выше, чем самого рассеивающего вещества ($1 - r \gg l/L$), внутреннее отражение просто увеличивает эффективную длину пути, который проходят волны, прежде чем покинут среду. Распространение излучения вдоль сравнительно коротких, меньше чем $l/(1 - r)$, траекторий происходит как в среде с абсолютно отражающей границей.

Качественные изменения в распределении излучения возникают в противоположном предельном случае, когда пропускание границ оказывается ниже, чем пропускание самой рассеивающей среды ($1 - r \ll l/L$). Излучение много раз пересекает слой от одной границы до другой и в результате «забывает» с какой стороны вошло в среду. Исчезает разница между геометрией отражения и геометрией прохождения. Прежде чем покинуть среду, волны проходят путь порядка $(lL/(1 - r))^{1/2} \gg L$.

Особенности крупномасштабного поведения распределения излучения отражаются на форме углового спектра когерентного обратного рассеяния. Спектр в целом сужается. Причем, в условиях предельно сильного внутреннего отражения форма спектра качественно отличается от той, которая была в отсутствие отражающих границ.

Эффект внутреннего отражения приводит также к заметному изменению пространственной зависимости дальних корреляций интенсивности в отраженном и прошедшем потоках излучения. По сравнению со случаем, когда отражение от границ отсутствует, области положительных и отрицательных корреляций интенсивности при $1 - r \ll l/L$ меняются местами. Изменяется также форма спектра флуктуаций. В спектре при $q \neq 0$ возникает максимум, который отвечает смене знака корреляционной функции. Новые качественные особенности возникают в корреляциях между потоками когерентного излучения на разных частотах. В условиях предельно сильного внутреннего отражения ($1 - r \ll l/L$) корреляции ослабевают с ростом частотного сдвига быстрее, чем в отсутствие отражающих границ: по закону $\Delta\omega^{-2}$ при $c(1 - r)/L < \Delta\omega < cl/L^2$ и по закону $\Delta\omega^{-3/2}$ при $\Delta\omega > cl/L^2$.

Авторы признательны Е. Е. Городничеву и А. И. Кузовлеву за интерес к работе и полезные замечания. Работа выполнена при частичной поддержке Международного научного фонда (гранты N3U000 и N3U300) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект 95-02-05530).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

В случае полубесконечной среды с диффузно отражающей границей уравнение переноса (1) с источником (2) и коэффициентом отражения (10) можно решить точно. Запишем (1) в интегральной форме [8]:

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}|\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}') = I^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}|\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}') + \\ + \frac{1}{4\pi l} \int d^3 r'' \int_{4\pi} d\mathbf{\Omega}'' \int_{4\pi} d\mathbf{\Omega}''' I^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}|\mathbf{r}'', \mathbf{\Omega}'') I(\mathbf{r}'', \mathbf{\Omega}'''|\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}') + \\ + \frac{1}{\pi} r \int d^2 \rho'' E^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}|z''=0, \rho'') E(z''=0, \rho''|\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}'), \quad (\text{A.1})$$

где

$$I^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}|\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}') = \delta(\mathbf{\Omega} - \mathbf{\Omega}') \delta\left(\mathbf{\Omega} - \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}\right) \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \exp\left(-\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{l_{tot}}\right), \quad (\text{A.2})$$

$$E^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}|z''=0, \rho'') = \int_{(\mathbf{n}\mathbf{\Omega}'') < 0} d\mathbf{\Omega}'' |\mathbf{n}\mathbf{\Omega}''| I^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}|z''=0, \rho'', \mathbf{\Omega}''), \quad (\text{A.3})$$

$$E(z''=0, \rho''|\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}') = \int_{(\mathbf{n}\mathbf{\Omega}'') > 0} d\mathbf{\Omega}'' (\mathbf{n}\mathbf{\Omega}'') I(z''=0, \rho'', \mathbf{\Omega}''|\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}'). \quad (\text{A.4})$$

Решение уравнения (A.1) удобно переписать через решение \tilde{I} , справедливое в отсутствие внутреннего отражения от границы:

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}|\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}') = \tilde{I}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}|\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}') + \frac{1}{\pi} r \int d^2 \rho'' \tilde{E}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}|z''=0, \rho'') E(z''=0, \rho''|\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}'), \quad (\text{A.5})$$

где \tilde{I} удовлетворяет уравнению (A.1) с коэффициентом $r = 0$ и

$$\tilde{E}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}|z''=0, \rho'') = \int_{(\mathbf{n}\mathbf{\Omega}'') < 0} d\mathbf{\Omega}'' |\mathbf{n}\mathbf{\Omega}''| \tilde{I}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}|z''=0, \rho'', \mathbf{\Omega}''), \quad (\text{A.6})$$

Физически переход от (A.1) к (A.5) отвечает разделению многократного рассеяния внутри среды и отражения от поверхности.

Решая уравнение (A.5) методом итераций, легко получить разложение интенсивности в ряд по кратности отражения от границы. Суммирование ряда аналогичного типа уже использовалось в [14, 18] для нахождения значений отраженного и прошедшего полных потоков в условиях многократного внутреннего отражения от границ среды.

После перехода к фурье-образу по разности координат $\rho - \rho'$

$$I(z, \mathbf{\Omega}, \mathbf{q}|z', \mathbf{\Omega}') = \int d(\rho - \rho') \exp\{-iq(\rho - \rho')\} I(z, \mathbf{\Omega}, \rho - \rho'|z', \mathbf{\Omega}') \quad (\text{A.7})$$

уравнение (A.5) приобретает вид

$$I(z, \mathbf{\Omega}, \mathbf{q}|z', \mathbf{\Omega}') = \tilde{I}(z, \mathbf{\Omega}, \mathbf{q}|z', \mathbf{\Omega}') + \frac{1}{\pi} r \tilde{E}(z, \mathbf{\Omega}, \mathbf{q}|0) E(0, \mathbf{q}|z', \mathbf{\Omega}'). \quad (\text{A.8})$$

С учетом (А.4) решение уравнения (А.8) есть

$$I(z, \Omega, \mathbf{q}|z', \Omega') = \tilde{I}(z, \Omega, \mathbf{q}|z', \Omega') + \frac{r}{\pi} \frac{\tilde{E}(z, \Omega, \mathbf{q}|0)\tilde{E}(0, \mathbf{q}|z', \Omega')}{1 - rR_q}, \quad (\text{A.9})$$

где

$$R_q = \frac{1}{\pi} \int_{(\mathbf{n}\Omega) > 0} d\Omega |\mathbf{n}\Omega| \int_{(\mathbf{n}\Omega') < 0} d\Omega' |\mathbf{n}\Omega'| \tilde{I}(z=0, \Omega, \mathbf{q}|z'=0, \Omega') \quad (\text{A.10})$$

— q -ая пространственная гармоника коэффициента отражения для точечного диффузного источника излучения, расположенного на поверхности.

Обобщение результата (А.9) на случай конечного слоя не представляет труда. Для этого необходимо добавить в уравнение (А.8) член, отвечающий отражению от границы слоя при $z = L$:

$$I(z, \Omega, \mathbf{q}|z', \Omega') = \tilde{I}(z, \Omega, \mathbf{q}|z', \Omega') + \frac{1}{\pi} r \tilde{E}(z, \Omega, \mathbf{q}|0) E(0, \mathbf{q}|z', \Omega') + \frac{1}{\pi} r \tilde{E}(z, \Omega, \mathbf{q}|L) E(L, \mathbf{q}|z', \Omega'). \quad (\text{A.11})$$

Решение (А.11) можно записать в виде

$$I(z, \Omega, \mathbf{q}|z', \Omega') = \tilde{I}(z, \Omega, \mathbf{q}|z', \Omega') + \frac{1}{\pi N} \left\{ r \tilde{E}(z, \Omega, \mathbf{q}|0) \left[\tilde{E}(0, \mathbf{q}|z', \Omega')(1 - rR_q) + rT_q \tilde{E}(L, \mathbf{q}|z', \Omega') \right] + r \tilde{E}(z, \Omega, \mathbf{q}|L) \left[\tilde{E}(L, \mathbf{q}|z', \Omega')(1 - rR_q) + rT_q \tilde{E}(0, \mathbf{q}|z', \Omega') \right] \right\}, \quad (\text{A.12})$$

где

$$N = (1 - rR_q)^2 - r^2 T_q^2, \quad (\text{A.13})$$

$$T_q = \frac{1}{\pi} \int_{(\mathbf{n}\Omega) > 0} d\Omega (\mathbf{n}\Omega) \int_{(\mathbf{n}\Omega') < 0} d\Omega' |\mathbf{n}\Omega'| \tilde{I}(z'=L, \Omega, \mathbf{q}|z'=0, \Omega') \quad (\text{A.14})$$

— q -ая пространственная гармоника коэффициента прохождения через рассеивающий слой для точечного диффузного источника.

Формулы (А.9), (А.12) определяют значения интенсивности излучения внутри рассеивающей среды на любом расстоянии z от границы. Если в (А.9), (А.12) положить $q = 0$, $z' = 0$, а $z = L$, то получим известные соотношения [25] для отраженной или прошедшей интенсивности при падении на слой среды неограниченного в плоскости xy потока излучения.

Проинтегрировав (А.9), (А.12) по переменным Ω , Ω' , легко получить выражения для плотности энергии излучения $F(q, z, z')$ соответственно в случае полубесконечной среды

$$F(z, z', q) = \bar{F}(z, z', q) + \frac{r}{\pi} \frac{\Phi(z, q|0)\Phi(0, q|z')}{1 - rR_q} \quad (\text{A.15})$$

и в случае конечного слоя

$$F(z, z', q) = \tilde{F}(z, z', q) + \frac{1}{\pi N} \{ r\Phi(z, q|0) [\Phi(0, q|z')(1 - rR_q) + rT_q\Phi(L, q|z')] + r\Phi(z, q|L) [\Phi(L, q|z')(1 - rR_q) + rT_q\Phi(0, q|z')] \}, \quad (\text{A.16})$$

где

$$F(z, z', q) = \int_{4\pi} d\Omega \int_{4\pi} d\Omega' I(z, \Omega, q|z', \Omega'), \quad (\text{A.17})$$

$$\Phi(z, q|0) = \int_{4\pi} d\Omega \int_{(\mathbf{n}\Omega') < 0} d\Omega' |\mathbf{n}\Omega'| \tilde{I}(z, \Omega, q|z'=0, \Omega'), \quad (\text{A.18})$$

$$\Phi(0, q|z') = \int_{4\pi} d\Omega' \int_{(\mathbf{n}\Omega) > 0} d\Omega (\mathbf{n}\Omega) \tilde{I}(z=0, \Omega, q|z', \Omega'). \quad (\text{A.19})$$

Формулы (A.15), (A.16) позволяют выразить плотность энергии излучения в среде через известное (например, в случае точечных рассеивателей [29]) решение, полученное при отсутствии внутреннего отражения на границах.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

В общем случае, когда слои среды являются поглощающими и падающие волны различаются по частоте, интегрирование в формуле (34) с учетом (11) приводит к следующим результатам для спектра флуктуаций. Спектр можно представить в виде

$$M(q) = \frac{6\pi}{k_0^2} \frac{(l + z_0)^2}{l^2} Q(q), \quad (\text{B.1})$$

где функция $Q(q)$ в случае отражения равна

$$Q_R(q) = \frac{1}{A^2(\gamma_q)} \frac{1}{|A(\gamma_{\Delta\omega})|^2} \{ M_1(q)F(\gamma_q) + M_2(q)G(\gamma_q) + M_3(q)F(\gamma_q=0) \}, \quad (\text{B.2})$$

а в случае прохождения —

$$Q_T(q) = \frac{1}{A^2(\gamma_q)} \frac{1}{|A(\gamma_{\Delta\omega})|^2} \{ N_1(q)F(\gamma_q) - N_2(q)G(\gamma_q) + N_3(q)F(\gamma_q=0) \}. \quad (\text{B.3})$$

Входящие в (B.2), (B.3) величины определяются по формулам

$$\begin{aligned} M_1(q) &= \frac{1}{2} (1 + (\gamma_q z_0)^2) ((lq)^2 + (l\gamma_q)^2), & M_2(q) &= \gamma_q z_0 ((lq)^2 + (l\gamma_q)^2), \\ M_3(q) &= N_3(q) = \frac{1}{2} (1 - (\gamma_q z_0)^2) ((l\gamma_q)^2 - (lq)^2), \\ N_1(q) &= M_1(q) \operatorname{ch} 2\gamma_q L + M_2(q) \operatorname{sh} 2\gamma_q L, \\ N_2(q) &= M_1(q) \operatorname{sh} 2\gamma_q L + M_2(q) \operatorname{ch} 2\gamma_q L, \\ A(x) &= (1 + (xz_0)^2) \operatorname{sh} xL + 2xz_0 \operatorname{ch} xL, \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\gamma_q = \sqrt{q^2 + \frac{3}{l_a}}, \quad \gamma_{\Delta\omega} = \sqrt{\frac{3}{l} \left(\frac{1}{l_a} + i \frac{\Delta\omega}{c} \right)}.$$

Функции $F(x)$ и $G(x)$ в (Б.2) и (Б.3) даются выражениями

$$\begin{aligned}
 F(x) = \frac{1}{4l} \left\{ (1 + z_0^2(\alpha^2 + \beta^2)) \left(\frac{x}{x^2 - \alpha^2} \operatorname{sh} 2xL \operatorname{ch} 2\alpha L - \right. \right. \\
 - \frac{\alpha}{x^2 - \alpha^2} \operatorname{ch} 2xL \operatorname{sh} 2\alpha L \left. \right) + 2z_0\alpha \left(\frac{x}{x^2 - \alpha^2} \operatorname{sh} 2xL \operatorname{sh} 2\alpha L - \right. \\
 - \frac{\alpha}{x^2 - \alpha^2} (\operatorname{ch} 2xL \operatorname{ch} 2\alpha L - 1) \left. \right) - (1 - z_0^2(\alpha^2 + \beta^2)) \times \\
 \times \left(\frac{x}{x^2 + \beta^2} \operatorname{sh} 2xL \cos 2\beta L + \frac{\beta}{x^2 + \beta^2} \operatorname{ch} 2xL \sin 2\beta L \right) + \\
 + 2z_0\beta \left(\frac{x}{x^2 + \beta^2} \operatorname{sh} 2xL \sin 2\beta L - \frac{\beta}{x^2 + \beta^2} (\operatorname{ch} 2xL \cos 2\beta L - 1) \right) \left. \right\}, \quad (\text{Б.5})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G(x) = \frac{1}{4l} \left\{ (1 + z_0^2(\alpha^2 + \beta^2)) \left(\frac{x}{x^2 - \alpha^2} (\operatorname{ch} 2xL \operatorname{ch} 2\alpha L - 1) - \right. \right. \\
 - \frac{\alpha}{x^2 - \alpha^2} \operatorname{sh} 2xL \operatorname{sh} 2\alpha L \left. \right) + 2z_0\alpha \left(\frac{x}{x^2 - \alpha^2} \operatorname{ch} 2xL \operatorname{sh} 2\alpha L - \right. \\
 - \frac{\alpha}{x^2 - \alpha^2} \operatorname{sh} 2xL \operatorname{ch} 2\alpha L \left. \right) - (1 - z_0^2(\alpha^2 + \beta^2)) \times \\
 \times \left(\frac{x}{x^2 + \beta^2} (\operatorname{ch} 2xL \cos 2\beta L - 1) + \frac{\beta}{x^2 + \beta^2} \operatorname{sh} 2xL \sin 2\beta L \right) + \\
 + 2z_0\beta \left(\frac{x}{x^2 + \beta^2} \operatorname{ch} 2xL \sin 2\beta L - \frac{\beta}{x^2 + \beta^2} (\operatorname{sh} 2xL \cos 2\beta L - 1) \right) \left. \right\}. \quad (\text{Б.6})
 \end{aligned}$$

В выражениях (Б.5) и (Б.6) $\alpha = \operatorname{Re} \gamma_{\Delta\omega}$, $\beta = \operatorname{Im} \gamma_{\Delta\omega}$.

Литература

1. Л. П. Горьков, А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий, Письма в ЖЭТФ **30**, 248 (1979).
2. Б. Л. Альтшулер, А. Г. Аронов, А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий, ЖЭТФ **81**, 768 (1981).
3. G. Bergmann, Phys. Rev. B **28**, 2914 (1983); Phys. Rep. **107**, 1 (1984).
4. Б. Л. Альтшулер, Письма в ЖЭТФ **41**, 530 (1985).
5. Ю. А. Зюзин, Б. З. Спивак, ЖЭТФ **93**, 994 (1987).
6. Yu. N. Varabanenkov, Yu. A. Kravtsov, V. D. Ozrin, and A. I. Saichev, Progress in Optics **29**, 67 (1991).
7. В. Л. Кузьмин, В. П. Романов, УФН **166**, 247 (1996).
8. В. В. Соболев, *Рассеяние света в атмосферах планет*, Наука, Москва (1972).
9. В. В. Иванов, Астрон. журнал **53**, 589 (1976).
10. J. X. Zhu, D. J. Pine, and D. A. Weitz, Phys. Rev. A **44**, 3948 (1991).
11. Th. M. Neuiwenhuizen, and J. M. Luck, Phys. Rev. E **48**, 569 (1993).
12. R. Berkovits and Sh. Feng, Phys. Rev. B **45**, 97 (1992).
13. A. Lagendijk, R. Vreeker, and P. de Vries, Phys. Lett. A **136**, 81 (1989).
14. I. Freund and R. Berkovits, Phys. Rev. B **41**, 496 (1990).
15. N. Garcia, A. Z. Genack, and A. A. Lisyansky, Phys. Rev. B **46**, 14475 (1992).
16. A. A. Lisyansky and D. Livdan, Phys. Rev. A **170**, 53 (1992); Phys. Rev. B **47**, 14157 (1993).
17. M. C. W. van Rossum and Th. M. Neuiwenhuizen, Phys. Lett. A **177**, 452 (1993).

18. I. Freund, JOSA A **41**, 3274 (1994).
19. J. H. Li and A. Z. Genack, Phys. Rev. E **49**, 4530 (1994).
20. M. Ospeck and S. Fraden, Phys. Rev. E **49**, 4578 (1994).
21. В. С. Потапов, ТМФ **100**, 287 (1994), ТМФ **100**, 424 (1994).
22. Ю. Н. Барабаненков, В. Д. Озрин, ЖЭТФ **94**, 56 (1988).
23. Д. Б. Рогозкин, М. Ю. Черкасов, Письма в ЖЭТФ **58**, 608 (1993); Phys. Rev. B **51**, 12256 (1995).
24. К. Кейз, К. П. Цвайфель, *Линейная теория переноса*, Мир, Москва (1972).
25. H. C. van de Hulst, *Multiple light scattering*, Academic Press, NY (1980).
26. M. V. van der Mark, M. P. van Albada, and A. Lagendijk, Phys. Rev. B **37**, 3575 (1988).
27. R. Pnini and B. Shapiro, Phys. Rev. B **39**, 6986 (1989); Phys. Lett. A **157**, 265 (1991).
28. A. F. Molich, В. Р. Оекры, W. Schupita, B. Sumetsbergen, and G. Magerl, Phys. Rev. A **50**, 1581 (1994).
29. Е. Е. Городничев, С. Л. Дударев, Д. Б. Рогозкин, ЖЭТФ **96**, 847 (1989); Phys. Lett. A **144**, 48 (1990).
30. Z. D. Genchev, Physica B **175**, 405 (1991).
31. Д. Б. Рогозкин, ЖЭТФ **111**, 1674 (1997).
32. M. J. Stephen and G. Cwilich, Phys. Rev. Lett. **59**, 285 (1987).
33. S. Feng, C. Kane, P. A. Lee, and A. D. Stone, Phys. Rev. Lett. **61**, 834 (1988).
34. S. Hikami, Phys. Rev. B **24**, 2672 (1981).