

## ПРОЦЕССЫ ЯДЕРНОГО $\beta$ -РАСПАДА И ФОТОРОЖДЕНИЯ ПАР $e^+e^-$ В ИНТЕНСИВНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

*В. Н. Родионов*

*Московская государственная геологоразведочная академия,  
кафедра общей физики  
117873, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 19 мая 1997 г.

Изучено влияние интенсивного электромагнитного поля, представляющего суперпозицию постоянного магнитного поля и поля лазерного типа, на процесс ядерного  $\beta$ -распада, а также на процесс образования пар двумя  $\gamma$ -квантами различных поляризаций. Получены временные интегральные представления полных вероятностей процессов фактически без ограничения на напряженности полей, входящих в конфигурацию. В этих выражениях в нерелятивистском пределе, несмотря на различную природу реакций, обнаруживаются сходные зависимости от характеристик поля, а отличия сводятся к разным степенным особенностям поведения подынтегральных функций в нуле. В слабых полях получены полные асимптотические разложения вероятностей процессов по параметрам, характеризующим поле, включающие как добавки, воспроизводимые теорией возмущений, так и осциллирующие полевые вклады. Показано, что осциллирующие поправки могут усиливаться за счет влияния комбинационного внешнего поля. Проведенный анализ вероятностей различных процессов в виде нелинейных функций поля иллюстрируется численными расчетами и построением графиков.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Как хорошо известно, теоретическое изучение процессов распада и рождения частиц во внешних интенсивных электромагнитных полях ведется уже в течение длительного времени (см. [1–7] и многочисленные работы, ссылки на которые там имеются). Отличительной чертой этих процессов является то, что они протекают и в отсутствие поля. Вследствие этого роль внешнего поля в них проявляется через инвариантные параметры, в которые наряду с характеристиками поля входит и максимальная энергия, передаваемая конечным частицам. Легко видеть, что с точки зрения возможных экспериментов, имеющих целью выделить влияние поля на фоне характеристик процессов в вакууме, наибольший интерес представляет именно изучение нерелятивистских реакций, так как с уменьшением энергии возрастает и роль внешнего поля.

На примере изучения влияния плосковолнового поля  $F$  на распады элементарных частиц [6–16] было установлено, что в нерелятивистском пределе при достаточно малых частотах основным параметром является

$$\chi_E = F/F_0, \quad (1)$$

где характерное поле

$$F_0 = (2I)^{3/2} \frac{m^2}{e}, \quad (2)$$

$e$  и  $m$  — заряд и масса электрона, а  $I$  — максимальная кинетическая энергия электрона распада, выраженная в единицах его энергии покоя (здесь и далее используется система единиц, в которой  $\hbar = c = 1$ ). В области  $\chi \gg 1$  влияние поля является определяющим, так как процессы в этом случае формируются за характерные времена и на расстояниях, обусловленных полем, и зависимость их вероятностей от поля является существенно нелинейной [1–5].

При значениях  $\chi \ll 1$  влияние поля носит характер поправок к вероятности невозмущенного процесса, однако и здесь возможна нетривиальная полевая зависимость [6, 9, 12, 13, 16]. Следует отметить, что иной тип электромагнитного поля, влияющего на процесс, вообще говоря, приводит и к иному значению параметра, характеризующего поле. Так, в частности, в случае воздействия на распад со стороны постоянного магнитного поля  $H$  основной параметр имеет вид

$$\chi_H = H/H_0 = \frac{\mu}{2I}, \quad (3)$$

где  $\mu = eH/m^2$ , а значение характерного поля в нерелятивистском случае определяется выражением [10, 16]

$$H_0 = 2I \frac{m^2}{e}. \quad (4)$$

Качественно различия параметров (2) и (4) можно представить исходя из следующих простых соображений. В случае постоянного плосковолнового поля, имеющего в своем составе электрическую компоненту, параметр  $\chi_E$  представляет собой работу поля на расстоянии  $\lambda_d/2$  ( $\lambda_d$  — минимальная де-бройлевская длина волны электрона распада), отнесенную к максимальной кинетической энергии, выделяемой в распаде.

В постоянном магнитном поле  $H$ , не совершающем работы, роль аналогичного параметра  $\chi_H$  играет отношение энергии сдвига частоты колебаний заряженного осциллятора в магнитном поле [1]

$$\Delta\varepsilon = \frac{eH}{2m} \quad (5)$$

к максимальной энергии электрона распада.

В случае поля электромагнитной волны к параметру (1) добавляется еще и параметр, содержащий частоту изменения поля  $\omega$  [1–20]:

$$\xi = \frac{eF}{\omega m (2I)^{1/2}}. \quad (6)$$

Параметр (6) можно истолковать как отношение так называемого осцилляторного импульса электрона в волне [1] к максимальному импульсу электрона, приобретаемому им в процессе распада. Можно отметить, что отличия полевых параметров, имеющих энергетическое или импульсное определение, проявляется еще и в том, что величины (1), (3) пропорциональны постоянной Планка, в то время как  $\xi$  является чисто классическим параметром. Роль  $\xi$  в силу его определения может заметно проявляться до интегрирования по импульсам заряженных частиц рассматриваемых реакций. В указанном смысле зависимость вероятностей процессов от параметра (6) оказывается ограниченной их дифференциальными распределениями, однако полные вероятности реакций определяются исключительно  $\chi_E$  или такой их комбинаций с (6), которая указывает на явную

частотную зависимость, исчезающую вместе со стремлением  $\omega$  к 0. Таким образом, отмеченная в некоторых работах [17, 18] существенная зависимость полных вероятностей распадов в поле интенсивной электромагнитной волны от параметра  $\xi$  являлась полностью ошибочной, на что впервые было указано в работе [8].

Очевидно, что для электромагнитных полей, имеющих более сложную структуру, число полевых параметров может лишь увеличиться. Так, в частности, в случае учета влияния на процессы распада со стороны внешнего поля, содержащего и постоянное магнитное поле, и поле электромагнитной волны [16], возникает зависимость вероятностей процессов от параметра

$$\delta = 1 - \frac{eH}{m\omega},$$

имеющего смысл относительной расстройки частоты волны  $\omega$  от циклотронной частоты  $\omega_H = eH/m$ .

Весьма важным является также то, что в электромагнитных полях  $F \ll F_0$  кроме степенных разложений по малому параметру  $\chi$  в полной вероятности появляются также так называемые осциллирующие вклады [1–6, 9, 13, 16, 20], имеющие существенную особенность в точке  $F = 0$ , на которую впервые было указано в работе [6]. Подобное поведение изучаемых процессов требует использования адекватных методов исследования, так как отмеченные эффекты принципиально не могут быть воспроизведены методами теории возмущений. В этой связи следует отметить, что несмотря на общеизвестность учета влияния внешних полей с помощью представления Фарри, каждый конкретный вид конфигурации поля, вообще говоря, приводит к необходимости разработки и развития специфических методов исследования (см., например, [1–8]).

В работе [13] изучались процессы образования нерелятивистской пары  $e^+e^-$  двумя  $\gamma$ -квантами в присутствии циркулярно поляризованной волны и процесс ядерного  $\beta$ -распада, протекающего при низком энерговыделении в электромагнитном поле той же структуры. Общим для этих процессов являлась зависимость вероятностей реакций от характеристик поля до интегрирования по времени во временном интегральном представлении. Отличия заключались лишь в разных степенных множителях временной зависимости подынтегральных функций, что объяснялось разницей в фазовых объемах конечных частиц рассматриваемых реакций.

Недавно процесс ядерного  $\beta$ -распада был нами рассмотрен в электромагнитном поле, имеющем сложный состав [16]. Основным результатом, представленный в этой работе, состоял в получении относительно компактного интегрального представления для полной вероятности  $\beta$ -распада при учете действия суперпозиции постоянного магнитного поля и поля плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль него. В работе [16] также было показано, что в нерелятивистском пределе полная вероятность может быть представлена в виде однократного интеграла по времени, по существу без ограничения на напряженности полей, входящих в суперпозицию. Ранее в работе [19] нами была изучена вероятность процесса фотообразования электрон-позитронных пар внешним фотоном, распространяющимся навстречу электромагнитной волне в постоянном магнитном поле. Ориентация магнитного поля совпадала с направлением распространения волны и вероятность процесса была записана в виде двукратного интеграла, причем одно из интегрирований соответствовало представлению собственного времени Фока–Швингера.

Реакция однофотонного образования пар  $e^+e^-$ , изученная в работе [19], может быть

обобщена на случай двухфотонного образования пар, и, таким образом, представляется возможность провести непосредственное сравнение вероятностей рождения нерелятивистской пары и процесса ядерного  $\beta$ -распада в электромагнитном поле, имеющем весьма сложную структуру.

В настоящей работе мы изучаем вероятности процессов, обусловленных взаимодействиями различной природы, однако их полевая зависимость имеет ряд сходных черт. Нами исследованы выражения для вероятностей процессов  $\beta$ -распада как разрешенного, так и запрещенного типа, а также реакций образования пар фотонами различных поляризаций. Проведен анализ аналитических выражений для вероятностей в широкой области изменения параметров, характеризующих поле, и получен ряд асимптотик для полных вероятностей процессов. Мы выполнили также численные расчеты, иллюстрирующие наличие как «монотонных», так и «осциллирующих» вкладов зависимости от поля.

Следует отметить, что процесс запрещенного  $\beta$ -распада в поле интенсивной электромагнитной волны был рассмотрен ранее в работе [15], причем там же имеются ссылки на более ранние работы, посвященные этой теме, которые оказались ошибочными. В этой работе подробно проанализировано влияние сильной электромагнитной волны на уникальные  $\beta$ -переходы первого запрета и были оценены два возможных механизма воздействия внешнего поля, связанные с прямым переходом ядра из начального ( $i$ ) в конечное ( $f$ ) состояние, а также с переходом через виртуальное состояние ядра. Второй механизм описывает снятие запрета за счет внешнего поля и существенно зависит от величин энергии  $\Delta\varepsilon_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_i$  или  $\Delta\varepsilon_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_f$ , где возбужденные состояния ядра 1 и 2 обладают моментом и четностью, допускающими разрешенный  $\beta$ -переход. Реально величины  $\Delta\varepsilon_{1,2}$  имеют порядок от десятков до сотен кэВ и могут оказаться доминирующими в резонансной ситуации, когда энергия фотонов волны сравнивается с энергиями переходов. Если поле не является резонансным, в случае реальных лазерных интенсивностей основной вклад в полную вероятность дают переходы первого типа. Сохраняя подход, принятый при рассмотрении запрещенного  $\beta$ -распада в работе [15], мы оценили влияние на этот процесс, обусловленное прямыми переходами под действием постоянного поля.

## 2. ВЕРОЯТНОСТИ ПРОЦЕССОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ И В ПОЛЕ ВОЛНЫ

В работе [19] был рассмотрен процесс образования электрон-позитронных пар циркулярно поляризованным внешним фотоном с энергией  $\omega'$ , распространяющимся навстречу фотонам волны круговой поляризации в однородном и постоянном магнитном поле. При получении выражения для вероятности процесса считалось, что направление распространения волны совпадало с ориентацией магнитного поля. Если предположить, что в электромагнитном поле описанной выше конфигурации навстречу фотону  $\omega'$  распространяется фотон  $\omega''$ , то, проводя необходимые расчеты и переобозначения параметров из основной формулы для вероятности однофотонного рождения пар работы [19], можно получить аналогичное выражение, описывающее двухфотонный процесс в виде двукратного интеграла. Остановимся на случае образования пар вблизи порога, предполагая

$$\omega' + \omega'' = 2m + Im, \quad (7)$$

где  $Im$  по-прежнему имеет смысл максимальной кинетической энергии, выделяемой в процессе, т. е. рассмотрим нерелятивистский предел по  $I \ll 1$ . В этом случае можно провести интегрирование по энергетической переменной по сути без ограничения на напряженности электромагнитных полей, входящих в конфигурацию. Как известно, вероятность процесса фотообразования пар существенно зависит от поляризации  $\gamma$ -квантов. В результате расчета в случае, когда круговые поляризации фотонов совпадают, для вероятности получим

$$W_{3/2} = G_{3/2} \mu \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{ctg}(\mu\rho)}{\rho^{1/2}} e^{iS} d\rho, \quad (8)$$

где

$$S = \frac{2I}{\lambda\delta} \xi^2 \left\{ x \left( \frac{\delta}{\xi^2} - \frac{1}{2-\delta} \right) + \frac{2(1-\delta)}{\delta(2-\delta)^2} \frac{\sin[x(2-\delta)] \sin(x\delta)}{\sin[2x(1-\delta)]} \right\}, \quad (9)$$

$$x = \frac{\rho\lambda}{2}, \quad \lambda = \frac{\omega}{m}, \quad \mu = \frac{eH}{m^2},$$

остальные обозначения были введены ранее.

Для  $\gamma$ -квантов, обладающих противоположными поляризациями, вероятность образования пар определяется выражением

$$W_{5/2} = G_{5/2} \mu^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iS}}{\rho^{1/2} \sin^2(\mu\rho)} d\rho. \quad (10)$$

В формулах (8), (10) константы перед интегралами связаны с соответствующими вакуумными вероятностями процессов  $W_0(\nu)$ :

$$G_\nu = W_\nu(0) \exp \left[ \frac{i(\nu-1)\pi}{2} \right] \frac{I^{1-\nu}}{2\Gamma(1-\nu)}, \quad (11)$$

где  $\nu = 3/2$  соответствует реакции образования пар фотонами совпадающих поляризаций,  $\nu = 5/2$ , когда поляризации  $\gamma$ -квантов различны. Формула (11) сохраняет свой смысл и для  $\nu = 9/2$  и  $\nu = 11/2$ , описывая в этих случаях процессы разрешенного и запрещенного  $\beta$ -распада.

Для случая разрешенного  $\beta$ -распада ( $\nu = 9/2$ ) при малом энерговыделении вероятность может быть записана в виде [16]

$$W_{9/2} = G_{9/2} \left( \frac{\mu}{2} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{ctg}(\mu\rho/2)}{\rho^{7/2}} e^{iS} d\rho, \quad (12)$$

где

$$S = \xi^2 \frac{2I}{\lambda\delta} \left\{ x \left( \frac{\delta}{\xi^2} - 1 \right) + \frac{1-\delta}{\delta} \frac{\sin x \sin(x\delta)}{\sin[x(1-\delta)]} \right\}.$$

Отметим, что в выписанных интегралах все особенности сдвинуты в верхнюю полуплоскость, т. е. параметры получают малую отрицательную мнимую добавку с последующим предельным переходом ее к нулю.

Из сравнения (8), (10), (12) также легко видеть, что и в случае электромагнитного поля, обладающего сложной конфигурацией, мы по-прежнему имеем дело с весьма схожей структурой выражений, определяющих подынтегральные функции временных представлений вероятностей различных процессов. Эти аналогии становятся еще более явными при изучении различных предельных значений полевых параметров, определяющих поведение вероятностей.

Так, выражение (8) в пределе  $\mu \rightarrow 0$ ,  $\delta \rightarrow 1$  соответствует вероятности образования нерелятивистской  $e^+e^-$ -пары двумя  $\gamma$ -квантами одной поляризации в присутствии циркулярно поляризованной волны и совпадает с аналогичным выражением, подробно изученным в работе [13]. В этой работе была отмечена аналогия между вероятностями процессов образования пар и реакцией  $\beta$ -распада трития, протекающего при низком энерговыделении в поле электромагнитной волны. Общим являлась подынтегральная зависимость от поля, а отличия сводились к характерным заменам квадрата заряда  $e^2$  на  $2e^2$  и изменению степенной особенности в нуле при интегрировании по времени ( $t^{-3/2}$  для рождения пар и  $t^{-9/2}$  для  $\beta$ -распада).

Следует отметить, что аналогичные правила подстановки в пределе  $\mu \rightarrow 0$ ,  $\delta \rightarrow 1$  (что соответствует полному исключению из рассматриваемой конфигурации постоянного магнитного поля) можно выделить и в (10), однако степенной множитель зависимости от времени в случае образования пар  $\gamma$ -квантами противоположной поляризации оказывается иным:

$$W_{s/2} = G_{s/2} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^{5/2}} \exp \left\{ i \frac{2I}{\lambda} \left[ x(1 - 2\xi^2) + 2\xi^2 \frac{\sin^2 x}{x} \right] \right\}. \quad (13)$$

Если провести замену

$$2\xi^2 \rightarrow \xi^2,$$

то формальная зависимость экспоненты от параметра  $\xi$  сохраняется такой же, как и в случае  $\beta$ -распада в поле циркулярно поляризованной волны. Отметим, что, как и ранее, в (13) особенность в нуле обходится снизу.

Другой предельный случай  $\xi \rightarrow 0$ , который соответствует выключению из исходной суперпозиции электромагнитных полей поля электромагнитной волны, приводит к вероятностям образования пар  $e^+e^-$  двумя  $\gamma$ -квантами в постоянном магнитном поле. Если при этом не накладывать ограничения на напряженность магнитного поля, из (8)–(11) можно получить

$$W_\nu = G_\nu \mu \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{ctg}(\mu\rho)}{\rho^{\nu-1}} e^{i\rho I} d\rho, \quad (14)$$

где  $\nu = 3/2$  соответствует процессу образования пар двумя фотонами, поляризации которых совпадают, а  $\nu = 9/2$  описывает  $\beta$ -распад. В данном случае качественная схожесть выражений достигается заменой  $\mu/2 \rightarrow \mu$  или подстановкой  $2e$  в случае рождения пар взамен  $e$  при  $\beta$ -распаде. Любопытно, что и в волне, и в магнитном поле переход к процессу рождения пар приводит к формальному возрастанию взаимодействия заряда с полем, однако степени увеличения оказываются различными.

Процессы двухфотонного образования пар в магнитном поле изучались ранее [19–23]. Как известно, интересующей величиной в этом случае является, однако, не вероятность, а сечение рассматриваемой реакции. Оставаясь в рамках рассматриваемого нерелятивистского приближения ( $I \ll 1$ ), для сечения образования пар фотонами, поляризации которых совпадают, из (14) имеем

$$\sigma^+ = \frac{1}{2} \mu r_0^2 \sqrt{\pi} e^{-3\pi i/4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{ctg}(\mu\rho)}{\rho^{1/2}} e^{i\rho I} d\rho, \quad (15)$$

где  $r_0$  — классический радиус электрона.

Аналогичное выражение, описывающее процесс рождения пар двумя  $\gamma$ -квантами с противоположными поляризациями, имеет вид

$$\sigma^- = r_0^2 \mu^2 \sqrt{\pi} e^{3\pi i/4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\rho}{\rho^{1/2} \sin^2(\mu\rho)} e^{i\rho I}. \quad (16)$$

В пределе  $\mu \ll I$ , раскладывая  $\text{ctg} x$  в нуле и учитывая вклады в интеграл от полюсов  $x = \pi n$ , где  $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ , из (15) получаем

$$\sigma_H^+ = \sigma_-^+ + \sigma_{\sim}^+, \quad (17)$$

$$\sigma_-^+ = \sigma_0^+ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(3/2) 2^{2k} B_{2k}}{(2k)! \Gamma(3/2 - 2k)} \left(\frac{\mu}{I}\right)^{2k}, \quad (18)$$

$$\sigma_{\sim}^+ = \frac{\sigma_0^+}{2} \left(\frac{2\mu}{I}\right)^{1/2} \zeta\left(1/2, \left\{\frac{I}{2\mu}\right\}\right). \quad (19)$$

Здесь  $B_{2k}$  — числа Бернулли,  $\zeta(1/2, \{v\})$  — обобщенная дзета-функция Римана [24],  $\{v\}$  — дробная часть числа  $v$ ,

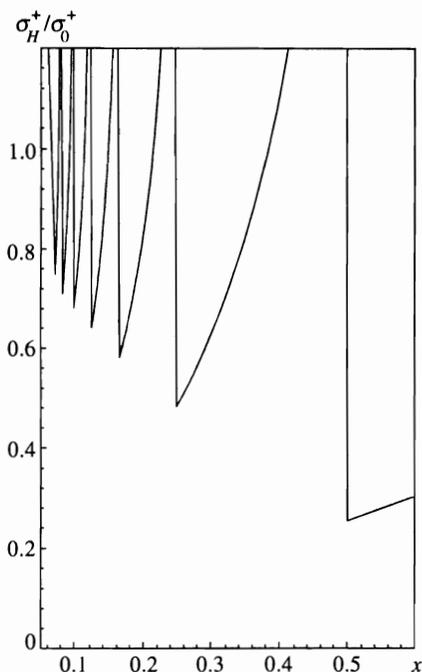
$$\sigma_0^+ = 2\pi r_0^2 I^{1/2} \quad (20)$$

— сечение образования пар в вакууме в нерелятивистском пределе (сечение Брейта-Уилера),  $\sigma_-^+$  и  $\sigma_{\sim}^+$  — так называемые монотонный и осциллирующий вклады в сечение.

Ограничиваясь несколькими членами разложения (18), имеем

$$\sigma_-^+ = \sigma_0^+ \left\{ 1 - \frac{\mu^2}{12I^2} + \frac{\mu^4}{48I^4} - \frac{\mu^6}{32I^6} + \frac{143\mu^8}{1280I^8} + \dots \right\}. \quad (21)$$

Первый член разложения (21) совпадает с полученным ранее другим способом в работе [20]. Весьма интересно, что корневая особенность поведения осциллирующего вклада, отмеченная ранее в ряде работ [20, 21], в развиваемом нами подходе может быть исследована численно. На рис. 1 приведена зависимость  $\sigma_H^+/\sigma_0^+$  от параметра  $x = \mu/I$ , демонстрирующая явное осциллирующее поведение сечения с расходимостью в точках  $I/2\mu \rightarrow n - 0$ , где  $n = 1, 2, \dots$ . При этих значениях параметров  $\mu$  и  $I$  образующиеся электрон и позитрон обладают нулевой компонентой импульса вдоль магнитного поля. В развиваемом подходе мы не учитывали кулоновское взаимодействие  $e^+$  и  $e^-$



**Рис. 1.** Зависимость сечения образования пар двумя  $\gamma$ -квантами совпадающей поляризации  $\sigma_H^+$ , нормированного на сечение в вакууме, от напряженности магнитного поля  $x = \mu/I$

между собой, однако в описанных условиях оно оказывается наиболее существенным, и поведение сечения в условиях резонанса требует дополнительного исследования. Отметим, что в работе [20] оценка сечения рождения пар в магнитном поле проводилась с учетом уширения уровней Ландау, вызываемого синхротронным излучением. Обратим внимание также на то, что в точках  $2\mu/I \rightarrow 1/n + 0$  сечение  $\sigma_H^+/\sigma_0^+$  оказывается конечным и принимает убывающую последовательность значений с минимумом равным 0.25 в точке  $\mu = I/2$ , после чего осцилляции сечения прекращаются и наблюдается линейный рост сечения с ростом поля:

$$\sigma_H^+ = \sigma_0^+ \frac{\mu}{2I}. \quad (22)$$

Когда поляризации фотонов противоположны, из выражения (16), используя легко получаемое разложение

$$\frac{1}{\sin^2 z} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(1-2n)2^{2n} B_{2n}}{(2n)!} z^{2n-2}, \quad (23)$$

имеем

$$\sigma_H^- = \sigma_{-}^- + \sigma_{\sim}^-, \quad (24)$$

где

$$\sigma_{-}^- = \sigma_0^- \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma(5/2) \frac{2^{2n}(1-2n)B_{2n}}{(2n)! \Gamma(5/2-2n)} \left(\frac{\mu}{I}\right)^{2n}, \quad (25)$$

$$\sigma_{\sim}^{-} = \sigma_0^{-} \frac{3}{4} \left[ \left( \frac{2\mu}{I} \right)^{1/2} \zeta \left( \frac{1}{2}, \left\{ \frac{I}{2\mu} \right\} \right) - \left( \frac{2\mu}{I} \right)^{3/2} \zeta \left( -\frac{1}{2}, \left\{ \frac{I}{2\mu} \right\} \right) \right]. \quad (26)$$

В выражениях (24)–(26) сохранен принцип обозначений, использованный для  $\sigma^+$ , при этом

$$\sigma_0^{-} = \frac{8}{3} \pi r_0^2 I^{3/2}. \quad (27)$$

Оставляя лишь часть членов разложения в (25), имеем

$$\sigma_{-}^{-} = \sigma_0^{-} \left( 1 - \frac{\mu^2}{4I^2} + \frac{3\mu^4}{80I^4} - \frac{5\mu^6}{96I^6} + \frac{231\mu^8}{1280I^8} + \dots \right). \quad (28)$$

Член разложения  $\sim \mu^2/I^2$  в (28) приводился ранее в работе [20], где также рассчитывался и осциллирующий вклад (26). Однако приведенный в [20] результат не содержит члена, обусловленного  $\zeta(-1/2, \{v\})$ , вклад которого оказывается определяющим при достижении параметром  $\mu$  значений равных или больших  $I/2$ . В этом случае сечение  $\sigma^-$  принимает нулевые значения, о чем свидетельствует также график зависимости  $\sigma_H^-/\sigma_0^-$  от параметра  $x = \mu/I$ , представленный на рис. 2.

Расчет асимптотик выражения для вероятности  $\beta$ -распада в интенсивном магнитном поле (т.е. случай  $\nu = 9/2$ ) был подробно проведен в нашей работе [16]. Ограничимся здесь лишь иллюстрацией зависимости  $W_{9/2}/W_{9/2}(0)$  от поля, представленной на рис. 3. Пунктирная кривая соответствует расчету с огрубленной точностью. Повышенные точности расчета приводит к весьма интересной ступенчатой зависимости. Подобное поведение полных вероятностей процессов в магнитном поле является следствием включения (с уменьшением напряженности поля при постоянной энергии выделяемой в распаде) все новых и новых парциальных каналов, характеризующихся увеличением числа уровней Ландау.

В этой связи представляется интересным, что для процессов образования пар фотонами различных поляризацій можно получить выражения, явно учитывающие появление новых вкладов при уменьшении напряженности поля

$$\sigma_H^{+} = \sigma_0^{+} \left[ \frac{\mu}{2I} + \frac{\mu}{I} \sum_{n=1}^N \frac{1}{(1 - 2\mu n/I)^{1/2}} \right], \quad (29)$$

$$\sigma_H^{-} = \sigma_0^{-} \frac{3\mu^2}{I^2} \sum_{n=1}^N \frac{n}{(1 - 2\mu n/I)^{1/2}}, \quad (30)$$

где  $N = [I/2\mu]$  — целая часть числа  $I/2\mu$ . Последние формулы также свидетельствуют о том, что при достижении параметром  $\mu/I$  значений равных  $1/2$  сечение  $\sigma^+$  линейно растет с ростом поля, а  $\sigma^-$  тождественно обращается в нуль.

### 3. ВЕРОЯТНОСТИ ПРОЦЕССОВ В ОБЛАСТИ СЛАБЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ НАПРЯЖЕННОСТИ ПЛОСКОВОЛНОВОГО ПОЛЯ

Область относительно слабых по напряженности магнитных полей  $\mu \ll I$  характерна тем, что в этом случае основной вклад в интегралы (8)–(10) дает окрестность нулевой

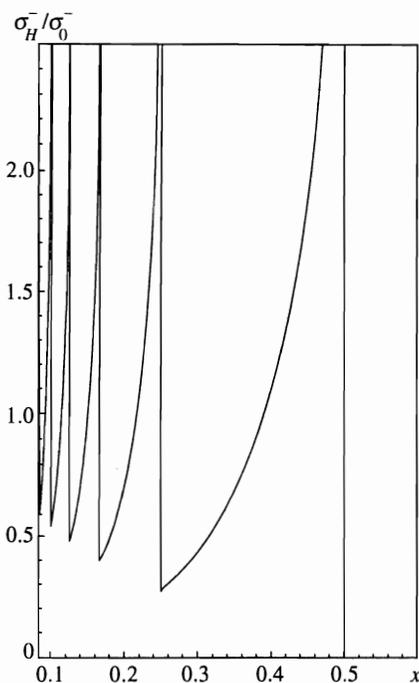


Рис. 2

Рис. 2. Зависимость сечения образования пар двумя  $\gamma$ -квантами противоположной поляризации  $\sigma_H^-$ , нормированного на сечение в вакууме, от напряженности магнитного поля  $x = \mu/I$

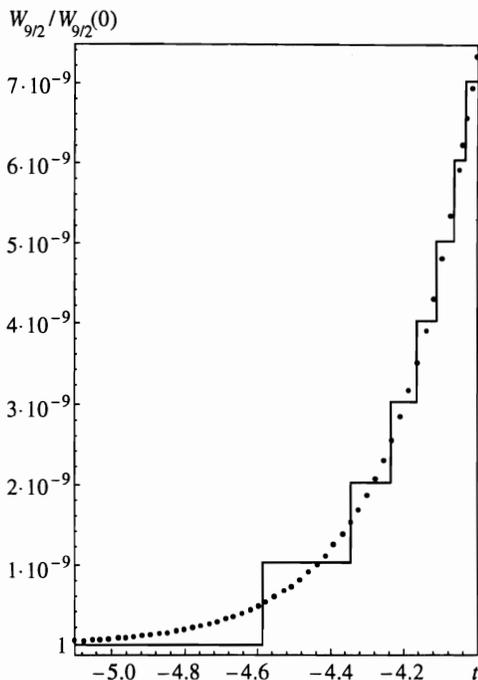


Рис. 3

Рис. 3. Зависимость вероятности  $\beta$ -распада  $W_H$ , нормированной на вероятность в вакууме, от напряженности магнитного поля  $t = \lg(\mu/I)$ . Пунктирная кривая — грубая оценка

точки. С учетом этого проведем разложение подынтегральных функций, оставив в экспонентах члены до  $x^7$  включительно:

$$S_i = \frac{2I}{\lambda} \left( x - \frac{\xi^2}{3} x^3 + \xi^2 x^5 A_i + \xi^2 x^7 B_i \right), \quad (31)$$

где  $i = 1, 2$ .  $S_1$  относится к случаю  $\beta$ -распада,  $S_2$  соответствует процессам образования пар. Функции  $A_i$  и  $B_i$  зависят от магнитного поля и частоты волны, объединенных параметром  $\delta$ :

$$A_1 = -\frac{\delta^2}{45} + \frac{4\delta}{45} - \frac{1}{45}, \quad A_2 = -\frac{2\delta^2}{15} + \frac{4\delta}{15} - \frac{4}{45}, \quad (32)$$

$$B_1 = -\frac{2\delta^4}{945} + \frac{4\delta^3}{315} - \frac{23\delta^2}{945} + \frac{4\delta}{315} - \frac{2}{945},$$

$$B_2 = -\frac{17\delta^4}{315} + \frac{68\delta^3}{315} - \frac{284\delta^2}{945} + \frac{32\delta}{189} - \frac{32}{945}. \quad (33)$$

Весьма примечательно, что в (31) члены, пропорциональные  $x^3$ , не содержат зависимости от иных параметров поля, кроме  $\xi^2$ . Начиная с  $x^5$ , наряду с зависимостью от  $\xi^2$ , «в игру вступает» и параметр  $\delta$ , характеризующий зависимость вероятностей от частотных характеристик суммарного поля. Если в экспоненте оставить лишь члены до  $x^3$  включительно, а остальные представить в виде разложения, то таким образом можно получить ряд, содержащий в качестве нулевого приближения предел постоянного скрещенного поля.

Представление тригонометрических функций в предэкспонентах интегралов (8)–(10) в виде разложений в окрестности нулевой точки приведет к еще одному ряду, содержащему иные параметры. Важно, что и те, и другие оценки интегралов (8)–(10) можно провести, предполагая  $\mu \ll I$  без ограничения параметра  $\chi$ . Ввиду громоздкости выражений, получаемых при одновременном разложении и экспоненты, и тригонометрических функций, проведем это исследование в два этапа. Рассмотрим сначала вклады в интеграл (8), обусловленные разложением  $\text{ctg } x$  в нуле, оставив в экспоненте лишь члены до  $x^3$  включительно. В этом случае интеграл (8) можно представить в виде

$$W_{3/2} = G_{3/2} I^{1/2} \chi^{1/3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{z^{3/2}} \exp \left[ i(z\chi^{-2/3} - z^3/3) \right] \left( 1 - \frac{\mu^2 z^2}{3I^2 \chi^{4/3}} - \frac{\mu^4 z^4}{45I^4 \chi^{8/3}} \right). \quad (34)$$

Если использовать обозначение

$$I_{(\nu)} = \int_{-\infty}^{\infty} dz z^{\nu} \exp \left[ i(z\chi^{-2/3} - z^3/3) \right], \quad (35)$$

для вероятности образования пар будем иметь

$$W_{3/2} = G_{3/2} I^{1/2} \chi^{1/3} \left\{ I_{(-3/2)} - \frac{\mu^2}{3I^2 \chi^{4/3}} I_{(1/2)} - \frac{\mu^4}{45I^4 \chi^{8/3}} I_{(5/2)} \right\}, \quad (36)$$

где

$$I_{(-3/2)} = \frac{2iA}{2^{2/3} \chi^{1/3}} \left( \sqrt{y} \Phi^2 + \frac{\Phi'^2}{\sqrt{y}} \right), \quad (37)$$

$$I_{(1/2)} = i2^{1/3} A \Phi \Phi', \quad (38)$$

$$I_{(5/2)} = \frac{Ai}{2} (4y \Phi \Phi' - \Phi^2), \quad A = \frac{4e^{i\pi/4}}{2^{1/3} \sqrt{\pi}}, \quad (39)$$

а  $\Phi$  и  $\Phi'$  — функция Эйри и ее производная от аргумента  $(-y)$ ,  $y = 1/(2\chi)^{2/3}$ . Таким образом, для вероятности образования пар двумя  $\gamma$ -квантами, поляризации которых совпадают, имеем

$$W_{3/2} = \frac{W_{3/2}(0)}{\pi} \left\{ K_0^+ - \frac{\mu^2}{3I^2} K_1^+ + \frac{\mu^4}{90I^4} K_2^+ \right\}, \quad (40)$$

где

$$K_0^+ = \sqrt{y} \Phi^2 + \frac{\Phi'^2}{\sqrt{y}}, \quad K_1^+ = \frac{1}{\chi} \Phi \Phi', \quad (41)$$

$$K_2^+ = \frac{1}{\chi^2} \left( \sqrt{y}\Phi^2 - \frac{2}{\chi}\Phi\Phi' \right). \quad (42)$$

Отметим, что без учета осциллирующих членов при  $\chi \rightarrow 0$

$$K_0^+ \rightarrow \pi, \quad K_1^+ \rightarrow \frac{\pi}{4}, \quad K_2^+ \rightarrow \frac{15}{8}\pi, \quad (43)$$

и из (40) следует разложение (21), характеризующее процесс двухфотонного образования пар в магнитном поле.

Аналогичные расчеты для  $\nu = 5/2$  и  $\nu = 9/2$  дают

$$W_{5/2} = G_{5/2} I^{3/2} \chi \left\{ I_{(-5/2)} + \frac{\mu^2}{3I^2 \chi^{4/3}} I_{(-1/2)} + \frac{\mu^4}{15I^4 \chi^{8/3}} I_{(3/2)} \right\}, \quad (44)$$

$$W_{9/2} = G_{9/2} I^{7/2} \chi^{7/3} \left\{ I_{(-9/2)} - \frac{\mu^2}{12I^2 \chi^{4/3}} I_{(-5/2)} - \frac{\mu^4}{720I^4 \chi^{8/3}} I_{(-1/2)} \right\}, \quad (45)$$

где

$$I_{(-5/2)} = -\frac{2^{4/3}A}{3\chi} \left( \sqrt{y}\Phi^2 + \frac{\Phi'^2}{\sqrt{y}} - \chi\Phi\Phi' \right), \quad (46)$$

$$I_{(-1/2)} = A\Phi^2, \quad I_{(3/2)} = A2^{-1/3}\sqrt{y} \left( \sqrt{y}\Phi^2 - \frac{\Phi'^2}{\sqrt{y}} \right),$$

$$I_{(-9/2)} = \frac{16A}{105} \frac{1}{2^{2/3}\chi^{7/3}} \left[ \sqrt{y}\Phi^2 \left( 1 + \frac{21}{4}\chi^2 \right) + \frac{\Phi'^2}{\sqrt{y}} \left( 1 + \frac{15}{4}\chi^2 \right) - \chi\Phi\Phi' \right].$$

Окончательно для вероятностей  $\nu = 5/2$  и  $\nu = 9/2$  получим

$$W_{5/2} = \frac{W_{5/2}(0)}{\pi} \left\{ K_0^- - \frac{\mu^2}{2I^2} K_1^- - \frac{\mu^4}{20I^4} K_2^- \right\}, \quad (47)$$

$$W_{9/2} = \frac{W_{9/2}(0)}{\pi} \left\{ K_0 + \frac{35}{12} \left( \frac{\mu}{2I} \right)^2 K_1 - \frac{7}{24} \left( \frac{\mu}{2I} \right)^4 K_2 \right\}, \quad (48)$$

где

$$K_2^- = \chi^{-2} \left( \sqrt{y}\Phi^2 - \frac{\Phi'^2}{\sqrt{y}} \right),$$

$$K_0^- = K_1 = \sqrt{y}\Phi^2 + \frac{\Phi'^2}{\sqrt{y}} - \chi\Phi\Phi', \quad K_1^- = K_2 = \sqrt{y}\Phi^2,$$

$$K_0 = \sqrt{y}\Phi^2 \left( 1 + \frac{21}{4}\chi^2 \right) + \frac{\Phi'^2}{\sqrt{y}} \left( 1 + \frac{15}{4}\chi^2 \right) - \chi\Phi\Phi'.$$

Следует отметить, что выражения (47), (48) в пределе  $\chi \rightarrow 0$  при пренебрежении осциллирующими вкладами также переходят в разложения в чисто магнитном поле (см. (28) и соответствующую формулу в работе [16]).

4. АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПРОЦЕССОВ ПРИ  $\chi \ll 1$ 

Рассмотрим теперь ситуацию, когда наряду с вкладами в вероятности процессов  $\sim (\mu/2I)^{2k}$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots$ , будут проявляться и вклады, обусловленные разложением по параметрам плосковолнового поля. Это соответствует значениям  $\xi \gg 1$ , и если в этом случае ограничиться основными вкладами разложения по  $\mu/2I$ , а экспоненту в (8)–(12) разложить, начиная с членов, содержащих параметр  $\delta$ , то например для вероятности  $\beta$ -распада можно получить

$$W_{9/2} = G_{9/2} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{7/2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^{9/2}} \exp \left[ i \frac{2I}{\lambda} \left( x - \frac{\xi^2 x^3}{3} \right) \right] \left[ 1 + i \frac{2I}{\lambda} \xi^2 (x^5 A_1 + x^7 B_1) \right]. \quad (49)$$

Характерные интегралы в (49) могут быть также сведены к функциям Эйри, подробный анализ свойств которых применительно к рассматриваемому пределу проведен в работе [13]. В нашей работе [16] для исследования аналогичных интегралов в случае  $\beta$ -распада в интенсивном электромагнитном поле был развит метод, основанный на использовании интегральных преобразований Меллина [5, 7, 8, 16, 24]. Следуя этой методике, можно получить замкнутые формулы, описывающие асимптотическое поведение билинейных комбинаций функций Эйри  $\Phi^2(-y)$ ,  $\Phi'^2(-y)$ ,  $\Phi(-y)\Phi'(-y)$  при  $y \rightarrow \infty$ , где  $y = 1/(2\chi)^{2/3}$ . Таким образом, представляется возможность провести непосредственное сравнение результатов, полученных различными методами при изучении процессов распада и образования пар в области пересечения параметров чисто плосковолнового поля и параметров, характеризующих суперпозицию поля волны и магнитного поля. При этом самостоятельный интерес может иметь анализ процесса образования пар двумя  $\gamma$ -квантами с противоположными поляризациями, отсутствующий в работе [13].

Не останавливаясь на подробностях достаточно громоздких преобразований, запишем окончательные результаты в виде

$$\Phi^2(-y) = \frac{\pi}{2\sqrt{y}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \chi^{2n} \left\{ \frac{\Gamma(3n+1/2)}{\Gamma(1/2)\Gamma(n+1)3^n} + a_{2n} \sin \frac{2}{3\chi} - \chi a_{2n+1} \cos \frac{2}{3\chi} \right\}, \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \Phi'^2(-y) = & \frac{\pi\sqrt{y}}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \chi^{2n} \left\{ \left[ 1 + \frac{3}{2}\chi^2(6n+1)(2n+1) \right] \frac{\Gamma(3n+1/2)}{\Gamma(n+1)\Gamma(1/2)3^n} - \right. \\ & \left. - \left( a_{2n} + \frac{9}{4}\chi^2 d_n \right) \sin \frac{2}{3\chi} + \frac{3\chi}{2} \left( f_n - \frac{9}{4}\chi^2 g_n \right) \cos \frac{2}{3\chi} \right\}, \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \Phi(-y)\Phi'(-y) = & \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \chi^{2n} \left\{ \chi \frac{\Gamma(3n+3/2)}{\Gamma(1/2)\Gamma(n+1)3^n} - \right. \\ & \left. - \frac{3}{2}\chi b_n \sin \frac{2}{3\chi} - \left( a_{2n} + \frac{9}{4}\chi^2 c_n \right) \cos \frac{2}{3\chi} \right\}, \end{aligned} \quad (52)$$

где введены обозначения

$$b_n = \frac{2}{3} a_{2n+1} - \left( 2n + \frac{1}{3} \right) a_{2n}, \quad c_n = \frac{4}{3} a_{2n+1} \left( n + \frac{2}{3} \right),$$

$$d_n = \left(\frac{16}{3}n + \frac{28}{9}\right) a_{2n+1} - \left(\frac{16}{3}n + \frac{2}{3} + 8n^2\right) a_{2n},$$

$$f_n = -\left(8n + \frac{2}{3}\right) a_{2n} + \frac{2}{3} a_{2n+1}, \quad g_n = \frac{16}{9}(3n + 2)(n + 1) a_{2n+1},$$

а коэффициенты  $a_m$  рассчитываются по формуле [16]

$$a_m = \sum_{k=0}^{2m} \frac{(2k-1)!!}{3^{2m-k}(2m-k)!(2k)!!} \frac{\Gamma(3m-k+1/2)}{\Gamma(1/2)}. \quad (53)$$

С помощью выписанных выражений можно легко рассчитать асимптотики вероятностей исследуемых процессов. В частности, для случая  $\beta$ -распада из (31), (49) имеем

$$W_{9/2} = \frac{W_{9/2}(0)}{\pi} \left\{ \sqrt{y} \Phi^2 \left( 1 + \frac{21}{4} \chi^2 + \frac{105}{16} B_1 \frac{\chi^4}{\xi^4} \right) + \frac{15}{4} \chi^2 \frac{\Phi'^2}{\sqrt{y}} \left( 1 + O\left(\frac{\chi^2}{\xi^6}\right) \right) - \chi \Phi \Phi' \left( 1 + \frac{105}{8} \frac{\chi^2}{\xi^2} A_1 + \frac{105}{8} \frac{\chi^2}{\xi^4} B_1 \right) \right\}. \quad (54)$$

Подставляя в (54) разложения (50)–(52), в пределе  $\chi \ll 1$  получим

$$\begin{aligned} \frac{W_{9/2}}{W_{9/2}(0)} = & 1 + \frac{35}{8} \chi^2 + \frac{35}{128} \chi^4 - \left(\frac{35}{32}\right)^2 \chi^6 - \frac{105}{32} \frac{\chi^4}{\xi^2} A_1 + \frac{1575}{128} \frac{\chi^6}{\xi^4} B_1 + \\ & + \left( \frac{105}{16} \chi^4 - \frac{603575}{1536} \chi^6 - \frac{35}{64} \frac{\chi^4}{\xi^2} A_1 + \frac{175}{64} \frac{\chi^4}{\xi^4} B_1 \right) \sin \frac{2}{3\chi} + \\ & + \left( -\frac{3115}{64} \chi^5 + \frac{105}{16} \frac{\chi^3}{\xi^2} A_1 + \frac{105}{16} \frac{\chi^3}{\xi^4} B_1 \right) \cos \frac{2}{3\chi}. \end{aligned} \quad (55)$$

Отметим, что при  $\delta = 1$ , что соответствует переходу к случаю поля электромагнитной волны, из (55) следует выражение, которое в первых членах разложения (вплоть до  $\chi^4$  включительно) воспроизводит результаты работы [13]. При фиксированных значениях  $\delta$ , равных  $1/2$  и  $0$ , (55) переходит в аналогичное разложение работы [16]. Обратим внимание, что параметры  $A_i$  при  $|\delta| \gg 1$  растут с ростом магнитного поля как  $\delta^2$ , а  $B_i$  — как  $\delta^4$ . Это обстоятельство может привести к тому, что при  $|\delta| \simeq \xi$  основной вклад в осциллирующие члены будет определяться поправками, содержащими частотные характеристики поля.

По аналогии, для рождения пар можно получить

$$W_{3/2} = \frac{W_{3/2}(0)}{\pi} \left\{ \sqrt{y} \Phi^2 \left[ 1 + \frac{A_2}{2\xi^2} - \frac{B_2}{\xi^4} \left( \frac{7}{4} \chi^2 - \frac{1}{2} \right) \right] + \frac{\Phi'^2}{\sqrt{y}} \left( 1 - \frac{A_2}{2\xi^2} - \frac{B_2}{2\xi^4} \right) + \chi \Phi \Phi' \left( \frac{3}{2} \frac{A_2}{\xi^2} + 5 \frac{B_2}{\xi^4} \right) \right\}, \quad (56)$$

$$W_{5/2} = \frac{W_{5/2}(0)}{\pi} \left\{ \sqrt{y} \Phi^2 \left( 1 - \frac{3A_2}{4} \frac{\chi^2}{\xi^2} - \frac{21B_2}{8} \frac{\chi^2}{\xi^4} \right) + \frac{\Phi'^2}{\sqrt{y}} \left( 1 + \frac{15B_2}{8} \frac{\chi^2}{\xi^4} \right) - \chi \Phi \Phi' \left( 1 - \frac{3A_2}{2\xi^2} - \frac{3B_2}{2\xi^4} \right) \right\}. \quad (57)$$

При  $\chi \ll 1$  из (56) получаем

$$\begin{aligned} \frac{W_{3/2}}{W_{3/2}(0)} = & 1 + \frac{1}{8}\chi^2 - \frac{105}{128}\chi^4 + \frac{25025}{1024}\chi^6 + \frac{A_2}{\xi^2} \left( \frac{105}{32}\chi^4 - \frac{45045}{256}\chi^6 \right) - \\ & - \frac{B_2}{\xi^4} \frac{10395}{28}\chi^6 + \cos \frac{2}{3\chi} \left[ -\frac{1}{2}\chi + \frac{1225}{576}\chi^3 - \frac{57482425}{995328}\chi^5 + \right. \\ & + \left. \frac{A_2}{\xi^2} \left( -\frac{17}{24}\chi - \frac{1225}{20736}\chi^3 \right) + \frac{B_2}{\xi^4} \left( -\frac{59}{24}\chi + \frac{1925}{20736}\chi^3 \right) \right] + \\ & + \sin \frac{2}{3\chi} \left[ -\frac{17}{24}\chi^2 + \frac{199115}{20736}\chi^4 + \frac{A_2}{\xi^2} \left( \frac{1}{2} + \frac{35}{576}\chi^2 - \frac{86975}{995328}\chi^4 \right) + \right. \\ & + \left. \frac{B_2}{\xi^4} \left( \frac{1}{2} - \frac{385}{576}\chi^2 + \frac{9625}{995328}\chi^4 \right) \right]. \end{aligned} \quad (58)$$

Отметим, что, как и в случае  $\beta$ -распада, при  $\delta = 1$  из (58) следует результат, характеризующий влияние поля электромагнитной волны. Выписанные нами поправки к вероятности невозмущенного процесса образования пар  $e^+e^-$  двумя  $\gamma$ -квантами совпадающих поляризаций в этом пределе в первых членах разложения (монотонные вклады до  $\chi^4/\xi^2$ , а осциллирующие до  $\chi$ ) также согласуются с аналогичными результатами работы [13]. Следует, однако, подчеркнуть, что переход к случаю рождения пар характеризуется усилением влияния поля в силу специфики интегральной зависимости в (12) по сравнению с (8). Это выражается в том, что осциллирующие вклады превышают поправки теории возмущений, что отмечалось в работе [13]. Учет суммарного поля в этом случае приводит к еще более яркой демонстрации возможности выделения осциллирующих вкладов, так как из (58), в частности, следует, что при  $|\delta| \sim \xi$  член, пропорциональный  $\sin(2/3\chi)$ , может вообще оказаться доминирующим.

Аналогичные расчеты для случая образования пар двумя фотонами, поляризации которых не совпадают между собой, приводят к результату

$$\begin{aligned} \frac{W_{5/2}}{W_{5/2}(0)} = & 1 - \frac{\chi^2}{8} + \frac{35}{128}\chi^4 - \frac{5005}{1024}\chi^6 + \frac{A_2}{\xi^2} \left( -\frac{45}{32}\chi^4 + \frac{10395}{256}\chi^6 \right) + \\ & + \frac{B_2}{\xi^4} \frac{2835}{128}\chi^6 + \cos \frac{2}{3\chi} \left[ \frac{35}{16}\chi^3 - \frac{805805}{13824}\chi^5 + \frac{A_2}{\xi^2} \left( -\frac{3}{4}\chi + \frac{25}{384}\chi^3 - \frac{9625}{663552}\chi^5 \right) + \right. \\ & + \left. \frac{B_2}{\xi^4} \left( -\frac{3}{4}\chi - \frac{35}{384}\chi^3 - \frac{89425}{663552}\chi^5 \right) \right] + \sin \frac{2}{3\chi} \left[ -\frac{3}{4}\chi^2 + \frac{3745}{384}\chi^4 + \right. \\ & + \left. \frac{A_2}{\xi^2} \left( -\frac{15}{16}\chi^2 + \frac{575}{13824}\chi^4 \right) + \frac{B_2}{\xi^4} \left( -\frac{35}{16}\chi^2 + \frac{665}{13824}\chi^4 \right) \right]. \end{aligned} \quad (59)$$

Сравнение (58) и (59) наглядно демонстрирует ослабление осциллирующей зависимости от поля ( $\chi \ll 1$ ) вероятности  $\nu = 5/2$  по сравнению с  $\nu = 3/2$ . Так, в частности, в пределе  $\delta \rightarrow 1$  (поле электромагнитной волны) можно видеть, что если основной член, характеризующий осцилляторное поведение для  $\nu = 3/2$ , пропорционален

$$-\frac{1}{2}\chi \cos \frac{2}{3\chi}, \quad (60)$$

то для  $\nu = 5/2$  имеем

$$-\frac{3}{4}\chi^2 \sin \frac{2}{3\chi}. \quad (61)$$

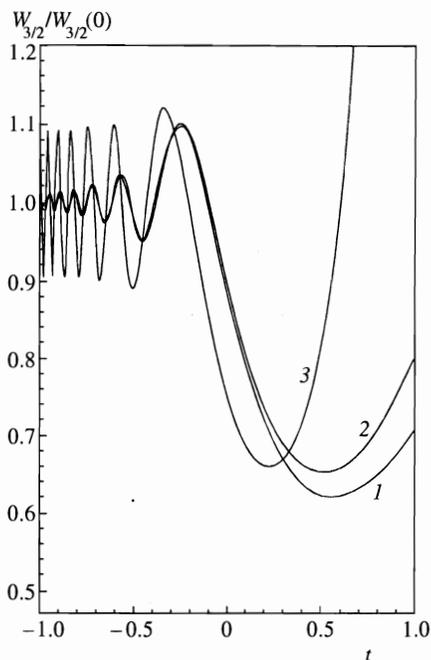


Рис. 4

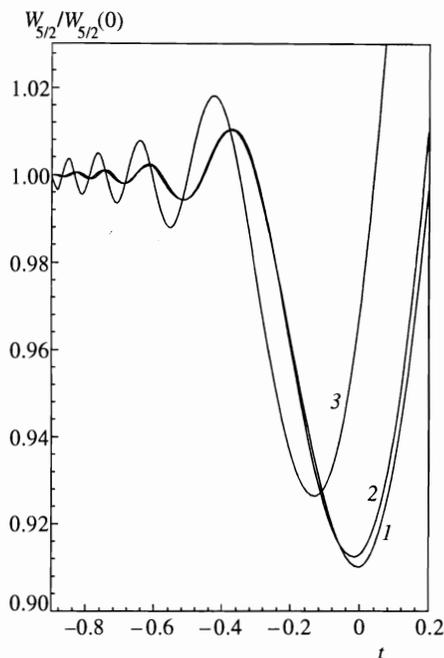


Рис. 5

Рис. 4. Зависимость нормированной вероятности образования пар  $W_{3/2}$  от параметра  $t = (2/3) \lg(2\chi)$  при различных значениях  $\gamma$ :  $\gamma^2 = 0$  (1), 0.1 (2), 1 (3)

Рис. 5. Зависимость нормированной вероятности образования пар  $W_{5/2}$  от параметра  $t = (2/3) \lg(2\chi)$  при различных значениях  $\gamma$ :  $\gamma^2 = 0$  (1), 0.1 (2), 1 (3)

Учет зависимости от характеристик суммарного поля приводит к выводу о том, что при  $\delta^2 \sim \xi^2 \gg 1$  основная осцилляторная зависимость для  $\nu = 5/2$  сосредотачивается в члене, пропорциональном

$$-\frac{3}{4} \chi \frac{A_2}{\xi^2} \cos \frac{2}{3\chi}. \tag{62}$$

На рисунках 4–6 представлены зависимости вероятностей  $W_\nu/W_\nu(0)$  при  $\nu = 3/2, 5/2, 9/2$  от параметра плосковолнового поля  $\chi$  при различных значениях  $(\delta/\xi)^2$ . Следует отметить, что при  $|\delta| \gg 1$  и  $\xi \gg 1$  формируется новый параметр

$$\gamma^2 = \frac{\delta^2}{\xi^2}, \tag{63}$$

характеризующий полные вероятности всех изучаемых процессов. Легко видеть, что новый параметр при  $|\delta| \gg 1$  представляет собой отношение удвоенной энергии сдвига частоты заряженного осциллятора в магнитном поле к работе поля на комptonовской длине волны электрона

$$\gamma^2 \approx \frac{\omega_H^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 m^2}{e^2 E^2} = \frac{H^2}{E^2}. \tag{64}$$

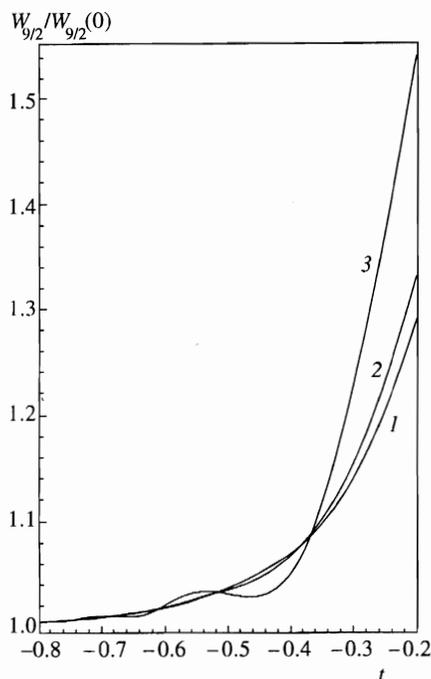


Рис. 6. Зависимость нормированной вероятности  $\beta$ -распада  $W_{9/2}$  от параметра  $t = (2/3) \lg(2\chi)$  при различных значениях  $\gamma$ :  $\gamma^2 = 0$  (1), 10 (2),  $10^{1.5}$  (3)

Таким образом, в рассматриваемом пределе  $\gamma$  не зависит от частотных характеристик поля, а определяется отношением напряженности постоянного магнитного поля к амплитуде поля электромагнитной волны. С точки зрения возможных экспериментов особый интерес может представить изучение области  $E \sim H$ , в которой роль осциллирующих вкладов существенно возрастает и может значительно превышать поправки теории возмущений. Сравнение вероятностей процессов  $\nu = 3/2, 5/2, 9/2$  также показывает, что наиболее подвержены влиянию поля процессы с более низким значением  $\nu$ . Об этом же свидетельствует и график, представленный на рис. 4, который соответствует реакции образования пар  $e^+e^-$  двумя фотонами, поляризации которых совпадают.

Представляет также интерес провести асимптотические разложения вероятностей при различных значениях  $\nu$  и  $\chi \ll 1$  из формул (40), (47), (48). С помощью разложений (50)–(52) нетрудно получить представления  $W_\nu$  в виде рядов по степеням  $\chi$  с коэффициентами, зависящими от параметра  $\mu/I$ . Ограничиваясь первыми членами разложения, имеем

$$\begin{aligned} \frac{W_{3/2}}{W_{3/2}(0)} = & 1 - \frac{\mu^2}{12I^2} + \frac{\mu^4}{48I^4} + \left( \frac{1}{8} + \frac{35\mu^2}{96I^2} - \frac{77\mu^4}{128I^4} \right) \chi^2 - \left( \frac{105}{128} + \frac{5005\mu^2}{512I^2} \right) \chi^4 + \\ & + \sin \frac{2}{3\chi} \left[ \frac{\mu^4}{216I^4} \frac{1}{\chi^2} - \frac{\mu^2}{72I^2} - \frac{115\mu^4}{186624I^4} + \left( -\frac{17}{24} + \frac{3115\mu^2}{62208I^2} \right) \chi^2 + \frac{199115}{20736} \chi^4 \right] + \\ & + \cos \frac{2}{3\chi} \left[ \frac{\mu^4}{90I^4} \frac{1}{\chi^3} + \left( \frac{\mu^2}{6I^2} - \frac{5\mu^4}{5184I^2} \right) \frac{1}{\chi} + \left( -\frac{1}{2} + \frac{35\mu^2}{1728I^2} \right) \chi + \frac{1225}{576} \chi^3 \right], \quad (65) \end{aligned}$$

$$\frac{W_{5/2}}{W_{5/2}(0)} = 1 - \frac{\mu^2}{4I^2} + \frac{3\mu^4}{80I^4} + \left( -\frac{1}{8} + \frac{5\mu^2}{32I^2} - \frac{63\mu^4}{128I^4} \right) \chi^2 +$$

$$\begin{aligned}
 & + \left( \frac{35}{128} - \frac{1115\mu^2}{512I^2} + \frac{45045\mu^4}{2048I^4} \right) \chi^4 + \\
 & + \sin \frac{2}{3\chi} \left[ -\frac{\mu^4}{20I^4} \frac{1}{\chi^2} - \frac{\mu^2}{4I^2} + \frac{\mu^4}{5760I^4} + \left( -\frac{3}{4} + \frac{205\mu^2}{1152I^2} \right) \chi^2 + \frac{3745}{384} \chi^4 \right] + \\
 & + \cos \frac{2}{3\chi} \left[ -\frac{\mu^4}{240I^4} \frac{1}{\chi} + \left( \frac{5\mu^2}{48I^2} - \frac{133\mu^4}{41472I^4} \right) \chi + \left( \frac{35}{16} - \frac{22715\mu^2}{41472I^2} \right) \chi^3 - \frac{805805}{13824} \chi^5 \right], \quad (66)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{W_{9/2}}{W_{9/2}(0)} = & 1 + \frac{35\mu^2}{48I^2} - \frac{7\mu^4}{768I^4} + \left( \frac{35}{8} - \frac{35\mu^2}{384I^2} + \frac{35\mu^4}{6144I^4} \right) \chi^2 + \\
 & + \left( \frac{35}{128} + \frac{1225\mu^2}{6144I^2} - \frac{2695\mu^4}{32768I^4} \right) \chi^4 + \\
 & + \sin \frac{2}{3\chi} \left[ -\frac{7\mu^4}{768I^4} + \left( -\frac{35\mu^2}{64I^2} + \frac{1435\mu^4}{221184I^4} \right) \chi^2 + \left( \frac{105}{16} + \frac{131075\mu^2}{18432I^2} \right) \chi^4 - \right. \\
 & \left. - \frac{603575}{1536} \chi^6 \right] + \cos \frac{2}{3\chi} \left[ \frac{35\mu^4}{9216I^4} \chi + \left( \frac{1225\mu^2}{768I^2} - \frac{159005\mu^4}{7962624I^4} \right) \chi^3 - \frac{3115}{64} \chi^5 \right]. \quad (67)
 \end{aligned}$$

С помощью выписанных формул можно видеть, что разложения по параметрам  $\chi$  и  $\mu/I$  полностью совпадают с соответствующими членами разложений в постоянном плосковолновом поле, а также в постоянном магнитном поле, взятыми в отдельности. Кроме того, в (65)–(67) имеются комбинационные члены, которые в монотонной части разложения имеют регулярный характер по параметру  $\chi$  для всех трех рассматриваемых процессов. Осциллирующие же вклады в процессах рождения пар содержат члены, пропорциональные обратным степеням параметра плосковолнового поля  $\chi \ll 1$ :

$$\nu = \frac{3}{2} : \quad \frac{\mu^4}{I^4} \left( \frac{1}{90\chi^3} \cos \frac{2}{3\chi} + \frac{1}{216\chi^2} \sin \frac{2}{3\chi} \right), \quad (68)$$

$$\nu = \frac{5}{2} : \quad \frac{\mu^4}{I^4} \left( -\frac{1}{20\chi^2} \sin \frac{2}{3\chi} - \frac{1}{240\chi} \cos \frac{2}{3\chi} \right). \quad (69)$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что в комбинационном поле с учетом допустимых значений параметров  $\mu \ll I$  и  $\chi \ll 1$  могут возникать ситуации, в которых осциллирующие вклады будут доминировать над поправками теории возмущений, однако по сравнению с (58), (59) характер усиления вкладов (68), (69) оказывается иным.

### 5. ЗАПРЕЩЕННЫЙ $\beta$ -РАСПАД В ПЛОСКОВОЛНОВОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

В работе [15] был рассмотрен процесс запрещенного  $\beta$ -распада в поле интенсивной электромагнитной волны. Причем оценивались два механизма уменьшения периода полураспада ядер во внешнем поле как за счет возрастания фазового объема состояний образующегося электрона, так и благодаря поглощению ядром фотонов из волны и изменению правил отбора для запрещенного перехода на разрешенный. В результате проведенного исследования в работе [15] было показано, что несмотря на ряд ранее сделанных оценок [18], где предсказывалось, например, увеличение вероятности запрещенного перехода  $^{113}\text{Cd} \rightarrow ^{113}\text{In}$  на 12 порядков, при достижимых в настоящее время

интенсивностях электромагнитных полей снятие запрета внешним полем не приводит к сколько-нибудь заметному уменьшению периода полураспада ядер. Тем не менее было установлено, что при запрещенном  $\beta$ -распаде влияние внешнего поля на рождающийся электрон оказывается более существенным, чем в случае разрешенных  $\beta$ -переходов.

В этой связи представляет интерес провести оценку вероятности запрещенного  $\beta$ -распада в плосковолновом электромагнитном поле в случае, когда частотные зависимости оказываются несущественными. Легко видеть, что в рассматриваемом пределе ( $\omega \rightarrow 0$ ) основной вклад в вероятность процесса будет обусловлен влиянием внешнего поля на электрон. Ограничиваясь рассмотрением случая уникальных  $\beta$ -переходов первого запрета, а также предполагая, что взаимодействием родительского и дочернего ядер с внешним полем можно полностью пренебречь, после ряда преобразований вероятность процесса приведем к виду, подробно изученному в разд. 3:

$$W_{11/2} = G_{11/2} I^{9/2} \chi^3 \left[ I_{(-11/2)} - \frac{2i}{3} I_{(-5/2)} \right], \quad (70)$$

где

$$I_{(-11/2)} = -\frac{2i}{9} \left[ I_{(-5/2)} - \chi^{-2/3} I_{(-9/2)} \right].$$

Подставляя в (70) выражения  $I_{(-5/2)}$  и  $I_{(-9/2)}$ , для вероятности запрещенного  $\beta$ -распада окончательно получим

$$W_{11/2} = \frac{W_{11/2}(0)}{\pi} \left[ \sqrt{y} \Phi^2 \left( 1 + \frac{161}{4} \chi^2 \right) + \frac{\Phi'^2}{\sqrt{y}} \left( 1 + \frac{155}{4} \chi^2 \right) - \chi \Phi \Phi' (1 + 35 \chi^2) \right]. \quad (71)$$

Используя соотношения (50)–(52), из (71) при  $\chi \ll 1$  имеем

$$\begin{aligned} \frac{W_{11/2}}{W_{11/2}(0)} = & 1 + \frac{315}{8} \chi^2 - \frac{525}{128} \chi^4 + \frac{8575}{1024} \chi^6 + \sin \frac{2}{3\chi} \left( -\frac{315}{16} \chi^4 - \frac{26425}{512} \chi^6 \right) + \\ & + \cos \frac{2}{3\chi} \left( \frac{1785}{64} \chi^5 + \frac{29904875}{18432} \chi^7 \right). \end{aligned} \quad (72)$$

Поправка порядка  $\chi^2$  согласуется с результатом, полученным в работе [15]. Осциллирующие вклады свидетельствуют о схожей зависимости от поля вероятности запрещенных и разрешенных  $\beta$ -переходов. И в том, и в другом случаях осцилляции проявляются лишь в членах  $\sim \chi^4$ . Сравнение разложений  $W_\nu$  при различных значениях  $\nu = 3/2, 5/2, 9/2, 11/2$  наглядно демонстрирует увеличение численного коэффициента при  $\chi^2$  с ростом  $\nu$ . Однако вклад осциллирующих поправок при этом уменьшается. На рисунках 7, 8 представлены зависимости вероятностей образования пар фотонами различных поляризаций, а также вероятностей разрешенного и запрещенного  $\beta$ -процессов от параметра скрещенного поля  $\chi$ , которые также подтверждают приведенные выводы относительно монотонного и осциллирующего поведения вероятностей рассматриваемых процессов.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, проведенное исследование различных процессов во внешних электромагнитных полях, имеющих достаточно сложную конфигурацию, включающую постоянное

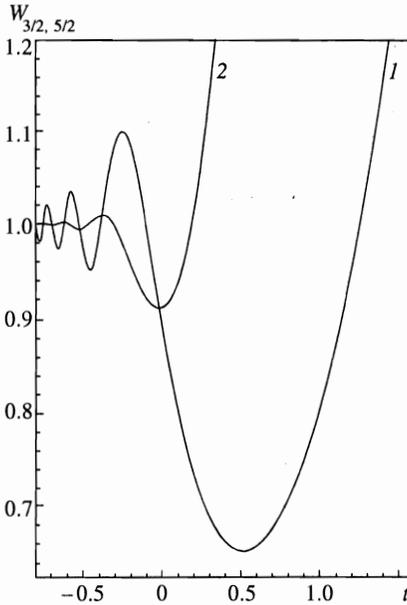


Рис. 7

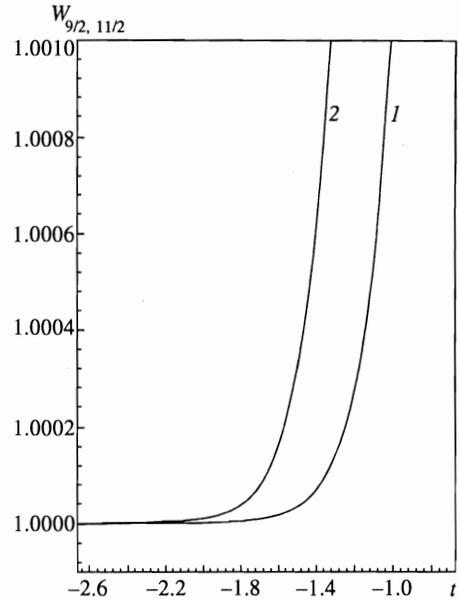


Рис. 8

Рис. 7. Зависимость нормированных вероятностей  $W_{3/2}$  (кривая 1) и  $W_{5/2}$  (кривая 2) от параметра плосковолнового поля  $t = (2/3) \lg(2\chi)$

Рис. 8. Зависимость нормированных вероятностей  $\beta$ -распада для разрешенных  $W_{9/2}$  (кривая 1) и запрещенных  $W_{11/2}$  (кривая 2)  $\beta$ -переходов от параметра плосковолнового поля  $t = (2/3) \lg(2\chi)$

магнитное поле и поле электромагнитной волны циркулярной поляризации, дает основание для ряда выводов относительно поведения их вероятностей в широких областях изменения полевых параметров практически без ограничений на напряженности полей, входящих в суперпозицию.

1. Вероятности рассмотренных процессов, имеющих различную природу, в нерелятивистском пределе, тем не менее, обладают схожей полевой зависимостью во временных интегральных представлениях. Отличительные особенности в этом случае по существу сводятся к различным степенным подынтегральным функциям времени  $t^{-\nu}$ , обладающим в отсутствие поля показателями  $\nu = 3/2$  в случае образования пар двумя фотонами, поляризации которых совпадают,  $\nu = 5/2$  при образовании пар двумя  $\gamma$ -квантами различной поляризации,  $\nu = 9/2$  в процессе разрешенного  $\beta$ -распада и  $\nu = 11/2$  для уникальных  $\beta$ -переходов первого запрета. Эти аналогии позволяют провести изучение всех указанных процессов во внешнем электромагнитном поле сложной конфигурации на основе единого подхода, использующего интегральные преобразования Меллина [5, 16].

2. В случае достаточно слабых магнитных полей  $\mu \ll I$  процессы в основном формируются плосковолновым полем, и при частотах  $\omega \ll It$  ведущей является зависимость от поля в виде, характерном для постоянного скрещенного поля. Следует отметить, что этот случай для процессов  $\nu = 3/2$  и  $\nu = 9/2$  был подробно проанализирован в

работе [13]. Однако в электромагнитном поле, представляющем суперпозицию постоянного магнитного поля и поля волны, при выполнении условия  $\omega_H \gg \omega$ , даже когда каждый из входящих в неравенство параметров по-прежнему не является большим, характер зависимости от поля может существенно измениться. В частности, для процесса  $\nu = 5/2$  можно отметить, что если в постоянном скрещенном поле интерференционные эффекты имеют порядок  $\chi^2$ , то комбинационное поле приводит к понижению порядка поправки по  $\chi$  на единицу, т. е. проявляются уже в членах  $\sim \chi$ . Аналогичное понижение порядка проявления осциллирующих поправок наблюдается и в случае процесса  $\nu = 9/2$ . Снижение порядка зависимости от параметра  $\chi$  в этом случае происходит с  $\chi^4$  до  $\chi^3$ . Как известно, для  $\nu = 3/2$  в плосковолновом поле  $\chi \ll 1$  осциллирующие поправки (интерференционные эффекты) превосходят поправки теории возмущений и проявляются уже в членах порядка  $\chi$ . В случае суперпозиции полей при выполнении условия  $\omega_H/\omega \geq \xi \gg 1$  аналогичные вклады уже не зависят от  $\chi \ll 1$ . В этих условиях формируется новый параметр, который в рассматриваемом приближении не зависит от частотных характеристик поля, а определяется отношением напряженностей полей, входящих в конфигурацию. Отметим, что в случае уникальных переходов первого запрета интерференционные эффекты в полной вероятности процесса в постоянном плосковолновом поле проявляются, как и в случае разрешенного  $\beta$ -распада, в членах  $\sim \chi^4$ . Можно ожидать, что для переходов высших запретов отмеченная тенденция в поведении поправок к полной вероятности процесса за счет влияния поля на образующийся электрон сохранится. В этом случае будет возрастать степень особенности в нуле во временных интегральных представлениях ( $\nu = 13/2, 15/2, \dots$ ), что приведет к увеличению монотонных вкладов и относительному ослаблению роли интерференционных эффектов. При этом, как было отмечено ранее [15], поправки к вероятностям переходов высших запретов, обусловленные снятием запрета во внешнем поле, могут только уменьшиться.

3. Представление полных вероятностей процессов в виде разложения по параметру магнитного поля  $\mu/I$  приводит к выводу о том, что в этом случае для  $\nu = 3/2, 5/2$  имеются корневые особенности в точках  $I = 2\mu n$ , где  $n = 1, 2, \dots$ , отмеченные ранее в ряде работ [20, 21]. При этих значениях параметров образующиеся электрон и позитрон обладают нулевой компонентой импульса вдоль магнитного поля. Легко видеть, что расходимость полной вероятности при некоторых значениях параметров является следствием пренебрежения взаимодействием  $e^+$  и  $e^-$  между собой и проявляется, когда их скорости минимальны. Вблизи указанных точек изучение поведения вероятностей процесса образования пар требует специального рассмотрения, что при более строгой постановке задачи, разумеется, должно приводить к устранению особенностей. С ростом магнитного поля при  $\mu = I/2$  осциллирующее поведение вероятностей и сечений процессов образования пар прекращается, и при  $\mu > I/2$  наблюдается линейный рост сечения для  $\nu = 3/2$ , а когда поляризации фотонов противоположны друг другу ( $\nu = 5/2$ ), сечение их взаимодействия тождественно обращается в нуль.

4. Асимптотические разложения вероятностей процессов  $\nu = 3/2, 5/2, 9/2$  при  $\mu \ll I$  и  $\chi \ll 1$  представляются в виде рядов по степеням  $\chi$  с коэффициентами, зависящими от параметра  $\mu/I$ . В этом случае наряду с комбинационными членами, которые в монотонной части разложения имеют регулярный характер для всех трех процессов, интерференционные вклады в процессах рождения пар содержат члены, пропорциональные обратным степеням  $\chi \ll 1$ :  $\sim \chi^{-3}$  для  $\nu = 3/2$  и  $\sim \chi^{-2}$  для  $\nu = 5/2$ . Подобное поведение также свидетельствует о том, что в комбинационном поле при определен-

ных значениях параметров роль интерференционных эффектов может быть усилена по сравнению со случаем чисто плосковолнового поля.

5. Проведенные численные расчеты вероятностей процессов  $\nu = 3/2, 5/2, 9/2, 11/2$ , представленные на рисунках, наглядно демонстрируют уменьшение роли интерференционных эффектов с ростом значения  $\nu$ , которое характеризует тот или иной процесс и одновременно приводит к усилению монотонных зависимостей.

В заключение автор благодарит О. Ф. Дорофеева и В. Р. Халилова за интерес к работе и ценные замечания. Автор выражает также признательность Конкурсному центру фундаментального естествознания Госкомитета Российской Федерации по высшему образованию при Санкт-Петербургском государственном университете за поддержку (грант № 95-0-5.3-58).

### Литература

1. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1989).
2. И. М. Тернов, В. Н. Родионов, О. Ф. Дорофеев, ЭЧАЯ **20**, 51 (1989).
3. В. И. Ритус, Труды ФИАН **111**, 84 (1979).
4. А. И. Никишов, В. И. Ритус, Труды ФИАН **168**, 232 (1986).
5. И. М. Тернов, В. Р. Халилов, В. Н. Родионов, *Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем*, Издательство Московского ун-та, Москва (1982).
6. В. И. Ритус, ЖЭТФ **56**, 986 (1969).
7. V. N. Rodionov, in *Electrons in Strong Electromagnetic Fields: An Advanced Classical and Quantum Treatment*, ed. by V. R. Khalilov, Gordon and Breach, Amsterdam (1996), ch. 9, p. 275.
8. И. М. Тернов, В. Н. Родионов, О. Ф. Дорофеев, ЖЭТФ **84**, 1225 (1983).
9. И. М. Тернов, В. Н. Родионов, О. Ф. Дорофеев, В. Г. Жулего, А. Е. Лобанов, В. К. Перес-Фернандес, Вестник МГУ. Физика. Астрономия **24**(4), 79 (1983).
10. В. Н. Родионов, С. Г. Старчеус, М. А. Тасев, И. М. Тернов, ЖЭТФ **94**(1), 56 (1988).
11. М. Б. Волошин, ЯФ **38**, 814 (1983).
12. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **85**, 24 (1983).
13. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **85**, 1544 (1983).
14. Е. Х. Ахмедов, ЖЭТФ **85**, 1521 (1983).
15. Е. Х. Ахмедов, ЖЭТФ **87**, 1541 (1984).
16. В. Н. Родионов, ЖЭТФ **111**, 3 (1997).
17. W. Becker, W. H. Louisel, J. D. McCullen, and M. O. Scully, Phys. Rev. Lett. **47**, 1262 (1981).
18. H. Reiss, Phys. Rev. C **27**, 1199 (1983).
19. А. Е. Лобанов, В. Н. Родионов, В. Р. Халилов, ЯФ **32**, 174 (1980).
20. А. Е. Лобанов, А. Р. Муратов, ЖЭТФ **87**, 1140 (1984).
21. Б. А. Лысов, О. С. Павлова, А. Ф. Журавлев, Вестник МГУ. Физика. Астрономия. **12**(5), 557 (1971).
22. Yee Jack Ng, Wu-yang Tsai, Phys. Rev. D **16** 286 (1977).
23. О. Ф. Дорофеев, В. Н. Родионов, Вестник МГУ. Физика. Астрономия **23**(3), 90 (1982).
24. Г. Бейтман, А. Эрдейи, *Высшие трансцендентные функции*, Наука, Москва (1965), т. 1, с. 40.