

КОНВЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ МИКРОВОЛНОВОГО РАЗРЯДА В ГАЗЕ ПРИ АТМОСФЕРНОМ ДАВЛЕНИИ В ФОРМЕ ПРОСТРАНСТВЕННО ЛОКАЛИЗОВАННОГО ПЛАЗМЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ

А. А. Сковорода

*Российский научный центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 21 января 1997 г.

Приведены эксперименты и согласованная с ними теоретическая модель, которые показывают, что стационарный микроволновый разряд в газе при атмосферном давлении под действием свободной конвекции, вызванной действием подъемной силы Архимеда на нагретый воздух, может пространственно локализоваться, принимая сфероидную форму. Вихревое движение внутри сфероида придает этому локализованному плазменному образованию некоторые свойства материального тела, которые проявляются в его определенной материальной изолированности от окружающего пространства, в образовании узкого пограничного теплового слоя и отрыва течения, а также в образовании вторичных вихрей в кильватерной области. Характерный радиус стационарного локализованного плазменного образования определяется, в основном, длиной волны микроволнового излучения $\alpha \sim 0.137\lambda$. Энергетический баланс устанавливается, в значительной мере, путем конвективного охлаждения нагретого микроволнами образования.

1. ВВЕДЕНИЕ

Микроволновые разряды в газе при атмосферном давлении хорошо известны [1, 2]. Они давно исследуются и широко используются, например, при создании плазмотронов для различных технологических нужд [3].

Плазма в микроволновых разрядах практически равновесна, и примерно одинаковая температура всех заряженных и нейтральных компонент не превышает $T = 1$ эВ. Известно большое число моделей равновесных микроволновых разрядов, которые достаточно точно предсказывают значение температуры [2–5]. Райзер в книге [2] отмечает, что экспоненциальная зависимость проводимости σ (плотности n_p) плазмы от T приводит к слабой чувствительности температуры к существенным деталям модели микроволновых разрядов. Все модели равновесного микроволнового разряда объясняют наличие пороговой мощности, ниже которой невозможно его стационарное существование. Величина пороговой мощности может существенно зависеть от модели.

Любая модель равновесного микроволнового разряда содержит решения двух взаимосвязанных задач: электродинамической и тепловой. Решение электродинамической задачи определяет мощность нагрева плазмы электромагнитными волнами; решение тепловой задачи определяет мощность охлаждения плазмы (теплопроводность и конвекция); баланс мощностей определяет равновесную температуру плазмы (газа) и пороговое значение микроволновой мощности. Различные модели микроволновых разрядов отличаются геометрией (плоская, цилиндрическая, сферическая), конкретизацией схемы подвода микроволновой мощности (волновод, резонатор, свободное пространство),

учетом движения газа (вынужденная или свободная конвекция) и степенью детализации при решении электродинамической и тепловой задач. Отличительной чертой всех моделей является необходимость расчета коэффициента отражения (поглощения) электромагнитной волны от плазмы. Увеличением отражения (уменьшением поглощения) микроволновой мощности с ростом температуры объясняется экспериментальный факт относительной малости T в микроволновых разрядах по сравнению с другими типами равновесных разрядов (дуговые, индуктивные ВЧ, оптические) [2].

Дадим краткую характеристику известным моделям. Подавляющее число моделей строится в цилиндрической (плоской) геометрии¹⁾ для размеров плазмы, соизмеримых с размерами разрядной камеры. При этом решаются уравнения Максвелла совместно с уравнением теплопроводности с граничными условиями на ограничивающей плазму стенке. Как правило, фиксируется температура стенки и падающий на нее поток мощности микроволн (стенка предполагается прозрачной для волн). Для получения аналитических решений часто используется приближение резкой границы плазмы (аналог канальной модели для дуг) [2]. Точное решение уравнений Максвелла и теплопроводности с возможным учетом вынужденной конвекции газа проводится численно [3–5]. Эти модели адекватным образом описывают реальную экспериментальную ситуацию в технологических плазмотронах.

Из опыта известно, что плазма микроволнового разряда пространственно структурирована [1, 3, 6–9]. Описанные выше традиционные модели успешно привлекались для объяснения характерных особенностей тех структур, которые существенно связаны, во-первых, с размерами разрядной камеры, во-вторых, с распределением электромагнитных полей в камере и, в третьих, с характером вынужденной конвекции газа в камере [3, 10]. Однако эксперимент свидетельствует, что микроволновый разряд в свободном пространстве (в частности, в разрядных камерах большого размера) тоже пространственно структурирован [6–9, 11, 12]. Характерные особенности возникающих структур не связаны с положением каких-либо стенок. Этим свойством безэлектродных микроволновых разрядов в воздухе пытаются объяснить природный феномен шаровой молнии [13–15].

Пространственно локализованное плазменное образование сферической формы в свободном пространстве наблюдается в экспериментах с фокусировкой микроволнового луча [6–9]. При этом место этого образования в пространстве определяется положением фокуса, а его характерные размеры связаны с дифракционными размерами перетяжки микроволнового луча в фокусе. Известная модель такого микроволнового разряда в основных чертах похожа на модель оптического разряда в фокусе луча лазера [2]. При направленном вверх луче скорость распространения ионизационного фронта V_n [16] (аналог известной нормальной скорости медленного горения) вниз от фокуса (область пробоя) компенсируется скоростью подъема горячего газа вверх под действием выталкивающей силы Архимеда. Достижению стационарного равновесия способствует уменьшение V_n по мере удаления от фокуса [8].

Опыт показывает, что локализованное плазменное образование сферической формы при микроволновом разряде в свободном пространстве образуется и стационарно существует и без фокусировки электромагнитных волн [11, 12, 17]. Возникает вопрос, чем определяется размер локализованного плазменного образования в этом случае? В работе [5] делается попытка решить этот вопрос в рамках традиционной модели (см. вы-

¹⁾ Сферическая геометрия использовалась в работах [3, 5].

ше) без учета движения газа. При сферически-симметричном микроволновом нагреве стенка разрядной камеры может располагаться на расстоянии, существенно превышающем характерные размеры локализованного плазменного образования. Такая ситуация может возникнуть в опытах с микроволновыми разрядами в разреженных газах в металлических разрядных камерах, размеры которых много больше длины волны.

В эксперименте, однако, локализованное плазменное образование сфероидной формы может возникнуть и устойчиво существовать в воздухе при атмосферном давлении при несимметричном (даже с одной стороны) подводе мощности (см. ниже). Настоящая работа посвящена изучению этой особенности микроволновых разрядов на основе учета естественной конвекции воздуха.

Статья построена следующим образом. Во втором разделе описываются экспериментальные основания модели. Анализ экспериментальных данных позволяет сделать заключение о материальной изолированности локализованного плазменного образования от окружающего воздуха. Это связано с вихревым характером движения горячего воздуха внутри образования. Второй раздел содержит краткое описание двух экспериментов, проведенных автором совместно с Жильцовым специально для экспериментального обоснования описываемой конвективной модели. В последующем все количественные оценки приводятся для этих экспериментов. В третьем разделе формулируются основные положения конвективной модели. Модель максимально упрощается до получения аналитических зависимостей. В четвертом разделе на основе полученных соотношений обсуждается модель микроволнового разряда в форме сфероида и рассчитываются пороговое значение потока мощности, размер и температура локализованного плазменного образования. Эти величины сравниваются с экспериментальными данными. В этом разделе анализируется необходимость дальнейшего совершенствования модели и проведения численных расчетов. В заключении делаются основные выводы.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВАНИЯ КОНВЕКТИВНОЙ МОДЕЛИ

Этот раздел мы начнем с описания экспериментов, которые были проведены специально для обоснования и проверки конвективной модели. Они характеризуются несимметричным нефокусированным подводом микроволновой мощности к локализованным плазменным образованиям.

На рис. 1 показаны две модернизации установки, подробно описанной в работах [12, 17] (частота стационарного магнетрона 2.45 ГГц, максимальная мощность 5 кВт, диаметр медной цилиндрической разрядной камеры 16 см, длина 38 см). Модернизация коснулась только устройств, расположенных на верхнем фланце разрядной камеры. В случае, соответствующем рис. 1а, отверстие фланца закрывала изогнутая полусферой вверх плетеная латунная сетка (размер ячейки 3×3 мм², диаметр проволоки 0.5 мм). В случае, соответствующем рис. 1б, на верхнем фланце крепился конический волновод длиной 60 см, сделанный из той же сетки. Диаметр волновода на входе 10 см, на открытом выходе 7 см.

На рис. 2 и 3 показаны фотографии стационарного разряда, полученные для случая, соответствующего установке, изображенной на рис. 1а. Регулировкой скорости отсоса воздуха через нижний фланец V_{∞} (в области верхнего фланца $V_{\infty} \sim 0.5-2$ м/с) и потока микроволновой мощности S через боковой фланец ($S \sim 10-30$ Вт/см² в области локализованного плазменного образования) можно добиться устойчивого многочасового горения разряда в форме сфероида (характерный радиус засветки $a \sim 2-4$ см), оторванного

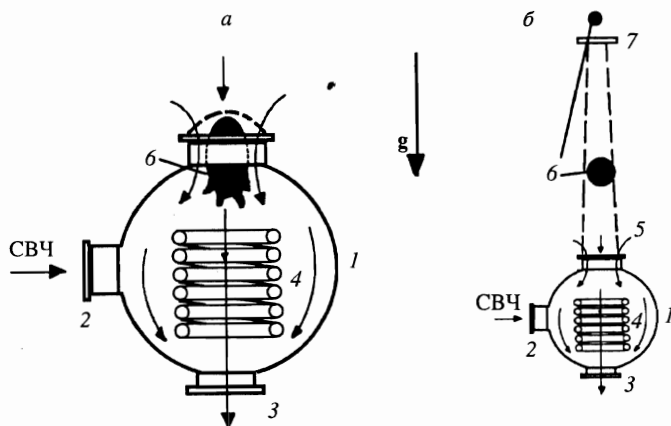


Рис. 1. Экспериментальные установки для демонстрации неподвижного (*а*) и подвижного (*б*) локализованного плазменного образования: 1 — разрядная камера, 2 — фланец с вводом СВЧ-мощности, 3 — фланец откачки, 4 — индуктор, стабилизирующий разряд, 5 — верхний фланец с латунной сеткой в форме полусферы (*а*) или конического волновода (*б*), 6 — локализованное плазменное образование, 7 — верхний фланец сеточного волновода. Стрелки — движение воздуха, направление силы тяжести и ввода мощности

от стенок. На рис. 1*а* стрелками вниз показаны траектории дымовых струй, которые визуализировали потоки холодного воздуха вне образования. Испарение керамических зондов внутри локализованного плазменного образования визуализировало потоки горячего воздуха вверх внутри разряда $V_b \sim 1-3$ м/с. Быстрое сгорание частиц и сильное искажение характера движения внутри образования при введении керамических зондов затрудняло визуализацию. Однако вихревой характер этого движения проявлялся отчетливо (см. также [17]).

На рисунках 2 и 3 видно, что верхняя лобовая часть локализованного плазменного образования всегда устойчива и резко отделена от холодного воздуха. Снимки в инфракрасном излучении подтверждают наличие резкой границы между горячим образованием и холодным воздухом (характерный размер переходного слоя $\delta \sim 0.5$ см). Нижняя кормовая часть образования всегда неустойчива (см., например, вид сверху на рис. 3*б*), и область достаточно горячего воздуха образует протяженный след, уходящий в систему откачки. Переход от устойчивого к неустойчивому течению наблюдается в области экватора локализованного плазменного образования.

Мы провели несколько простых экспериментов, указывающих на определенную материальную изолированность локализованного плазменного образования от окружающей среды. При напуске аргона вне образования линии Ag в оптическом спектре не наблюдались, тогда как после кратковременного испарения соли NaCl внутри локализованного плазменного образования характерная линия натрия наблюдалась длительное время. При обдувании микроволнового разряда пламенем газовой горелки оно охватывало плазменное образование снаружи.

На рис. 4 показаны фотографии движущегося локализованного плазменного образования для двух моментов времени, полученные в экспериментах по схеме, соответствующей рис. 1*б*. Возникновение локализованного плазменного образования иници-

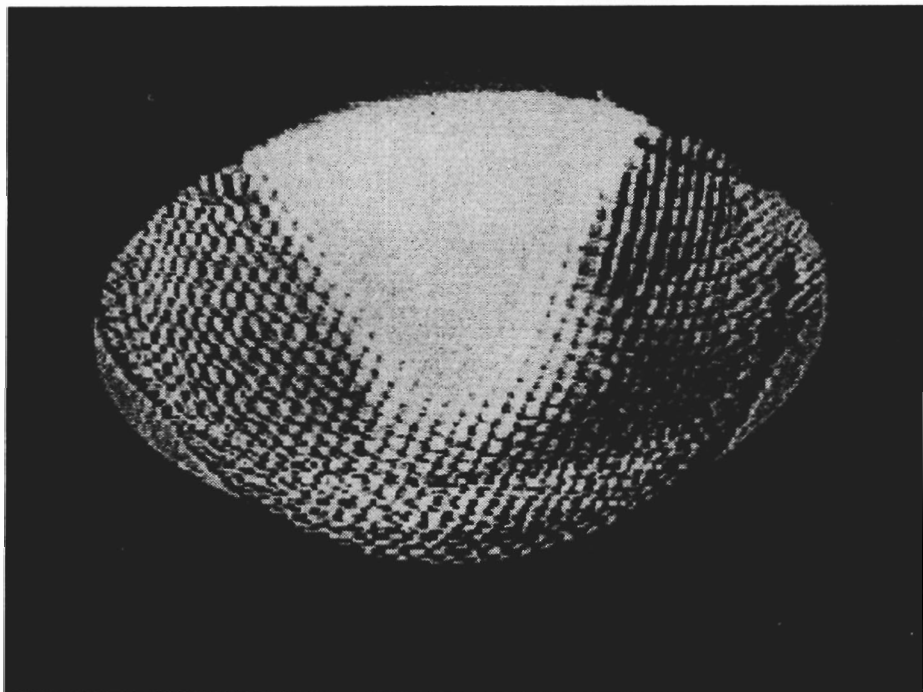


Рис. 2, 3. Снимки стационарного разряда на установке рис. 1а.

Вверху: верхний фланец, направление съемки под углом сверху вниз.

Внизу: а — съемка сбоку на уровне верхнего фланца, б — съемка сверху

ировалось острой металлической проволокой внизу сеточного волновода, и образование сфероидной формы двигалось с сохранением формы вверх вдоль сеточного волновода, покидая его в конце. Эти два момента и зафиксированы на рис. 4. Движение вверх происходило с переменной скоростью в диапазоне $V_{\infty} \sim 0.5-2$ м/с (она менялась вдоль волновода, что связано, по-видимому, с изменением микроволнового согласования волновода с генератором в процессе движения плазменного образования).

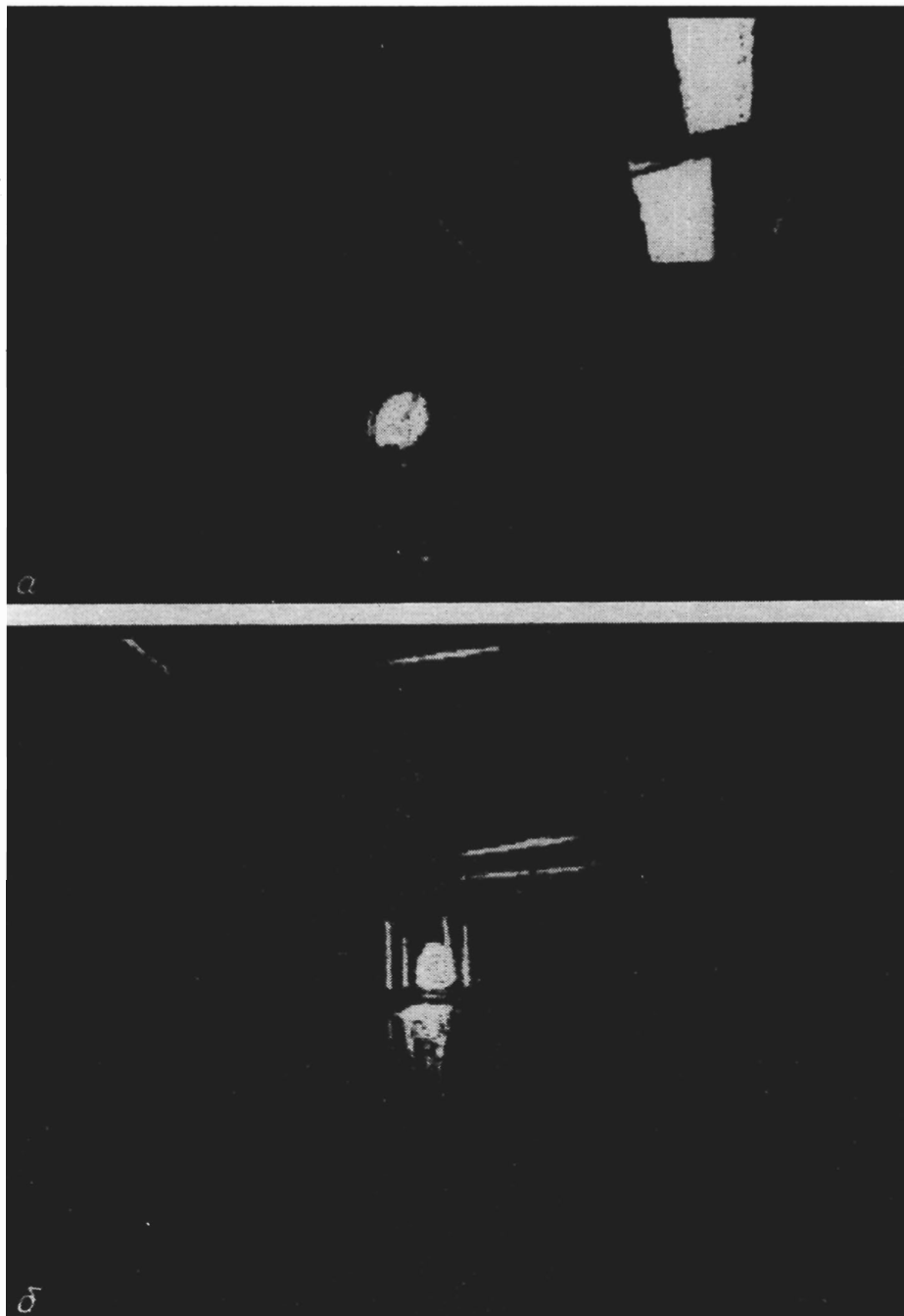


Рис. 4. Снимки подвижного разряда на установке рис. 1б: *а* — момент времени, когда локализованное плазменное образование находится посередине волновода (справа видны черты экспериментатора и лампы освещения); *б* — момент пролета образования через верхний фланец сеточного волновода (видны концы четырех стержней крепления волновода)

зования мы провели следующий простой эксперимент. Сверху волновода установили на его пути стеклянную пластинку, охлажденную до температуры жидкого азота. На ней были обнаружены многочисленные металлические (из материала иницирующей разряд проволоки) шарики диаметром 0.03–0.07 мм. Это указывает на то, что металл, испарившийся из проволоки при инициации разряда, был перенесен локализованным плазменным образованием на существенное расстояние²⁾.

Факты, указывающие на материальную изолированность локализованных горячих плазменных образований, известны давно. Именно эти факты инициировали дискуссию: газ протекает или обтекает локализованные плазменные образования [2]? В работе [18] показано, что наблюдаемую скорость медленного движения оптического разряда можно аппроксимировать выражением

$$V_{\infty} \approx V_n \sqrt{\frac{T_0}{T_e}}, \quad (1)$$

где T_e — температура окружающей среды, T_0 — температура в центре разряда исходя из модели обтекания горячей сферы с низкой плотностью газа потоком плотного холодного газа. Райзер в книге [2] отмечает (см. стр. 411), что «... протекает через разряд доля ... ~ 10% набегающего потока, остальные 90% обтекают нагретую область, как твердое тело». Достаточно низкая химическая эффективность СВЧ плазмотронов, отмечавшаяся в работах [3, 4], обусловлена этим эффектом.

Физической причиной, приводящей к материальной изолированности и устойчивости формы локализованного плазменного образования, является вихревое движение внутри горячей области. Вихревой характер движения обнаруживался во многих расчетах плазмотронов [3, 4, 18]. Естественной причиной, вызывающей циркуляцию горячего воздуха, является свободная конвекция. В работе [19] рассчитана временная динамика сферы нагретого воздуха (радиус 13 м, начальная температура 2500 К, положение над уровнем моря 1800 м) в поле тяжести. Свободная конвекция приводит к образованию наблюдаемого всплывающего вверх тороидального вихря. Аналогично объясняется природное атмосферное явление «термик» — долгоживущая сфероидная область разреженного теплого воздуха [20]. В работе [17] указывалось на аналогию микроволнового разряда в форме локализованного плазменного образования с термиками. Демьянов и Иногамов провели расчеты, аналогичные [19], для условий экспериментов [17] (начальные радиус $a \sim 1.5$ см, температура $T_0 = 4000$ К, положение на уровне моря) и показали хорошее совпадение с наблюдаемой скоростью подъема локализованного плазменного образования внутри разрядной камеры $V_{\infty} \sim 0.5$ м/с и скоростью расширения сфероиды 0.1 м/с. В расчетах плазменное образование обтекается воздухом как твердое тело и в кильватере проявляется турбулизация воздуха.

3. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ КОНВЕКТИВНОЙ МОДЕЛИ

Основным положением конвективной модели является введение в пространстве сферической поверхности с радиусом a , на которой нормальная компонента скорости

²⁾ Если движущиеся локализованные плазменные образования не возникали, такие шарики не обнаруживались. Материал сеточного волновода при движении в нем плазменного образования не испарялся.

частиц воздуха равна нулю. Этим отражается экспериментальный факт материальной изолированности локализованных плазменных образований от окружающего воздуха. Это является упрощением, так как точно известно, что малая доля воздуха все-таки проходит через образование. О том, как учесть в модели этот факт, см. ниже.

В основном нас будет интересовать внешняя область. Для внутренней области, которая может иметь свою достаточно сложную «тонкую» структуру, мы предположим постоянство температуры $T = T_0$ вплоть до граничной поверхности. О достаточно однородной температуре в локализованных плазменных образованиях свидетельствуют инфракрасные фотографии. При стационарном дозвуковом движении газа внутри области с однородной температурой должно выполняться условие непрерывности $\operatorname{div} \mathbf{V} = 0$. Азимутально симметричное ограниченное на оси решение этого уравнения с равной нулю нормальной к граничной сферической поверхности скорости имеет вид

$$V_r = C \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \cos \theta, \quad V_\theta = -C \left(1 - \frac{2r^2}{a^2} \right) \sin \theta. \quad (2)$$

Здесь введена сферическая система координат с началом в центре граничной сферической поверхности, угол θ отсчитывается от вертикали. Константа C будет определена ниже. Решение (2) описывает вихрь Хилла и показывает, что конвективный теплоперенос внутри локализованного плазменного образования, в принципе, может достаточно эффективно выравнивать температуру. Это может служить дополнительным обоснованием сделанного выше предположения об однородности температуры внутри него. Плазма находится только внутри сферы. Концентрация плазмы $n_p = \text{const}$ внутри сферической граничной поверхности и $n_p = 0$ вне ее. Это приближение каналовой модели, обоснование которой традиционно (см., например, [2]).

Неподвижная граничная сферическая поверхность обдувается сверху однородным потоком холодного воздуха со скоростью V_∞ . Этот поток уравнивает подъемную силу Архимеда при анализе эксперимента с неподвижным локализованным плазменным образованием (см. рис. 1а) или появляется при использовании подвижной системы координат, связанной с подвижным образованием (см. рис. 1б). Можно или задать эту скорость, используя результаты измерения, или оценить из следующих соображений. Запишем баланс силы Архимеда и силы сопротивления материальной сферы потоку:

$$\frac{1}{2} \zeta \rho_e V_\infty^2 S_p = g(\rho_e - \rho) V_p. \quad (3)$$

Здесь ρ — плотность воздуха в локализованном плазменном образовании, ρ_e — плотность наружного воздуха, g — ускорение силы тяжести, V_p — объем образования, S_p — площадь его поперечного сечения, ζ — коэффициент лобового сопротивления. Выражая отношение плотностей воздуха через отношение температур, используя постоянство давления, $\rho/\rho_e = T_e/T_0$, получаем для сферического локализованного плазменного образования следующее выражение:

$$V_\infty = \sqrt{\frac{8}{3\zeta} \left(1 - \frac{T_e}{T_0} \right) g a}. \quad (4)$$

Рассматривая локализованное плазменное образование как материальную сферу при числе Рейнольдса для наших экспериментальных условий $Re = V_\infty a / \nu_e \approx 1000$, ν_e — кинематическая вязкость внешнего воздуха, оценим коэффициент сопротивления ζ по

известной экспериментальной кривой $\zeta = \zeta(Re)$ (см., например, [21]): $\zeta \approx 0.5$. Если подставить в (4) характерные измеренные значения необходимых величин ($T_0 = 4000$ К, $T_e = 300$ К, $a = 3$ см), то получим $V_\infty \approx 1.2$ м/с [17]. Эта величина практически совпадает с наблюдаемой в эксперименте скоростью. Приведенные оценки могут служить еще одним ярким указанием на материальную изолированность локализованного плазменного образования.

3.1. Нагрев локализованного плазменного образования полем плоской электромагнитной волны

В модели предполагается, что нагрев плазменной сферы осуществляется плоской линейно поляризованной электромагнитной волной с одной стороны, снизу. Классическая задача о рассеивании плоской электромагнитной волны на сфере произвольного радиуса и произвольных электрических свойств была решена Ми в 1908 году [22]. Мы воспользуемся результатами, представленными в удобной форме в книге [23]. Если задан поток мощности электромагнитной волны S , то мощность нагрева сферы W определяется выражением

$$W = (Q_t - Q_s)S, \quad (5)$$

где поперечные сечения прохождения и рассеивания $Q_{t,s}$ имеют вид

$$Q_t = -\frac{\lambda^2}{2\pi} \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{\infty} (2j+1)(a_j + b_j),$$

$$Q_s = \frac{\lambda^2}{2\pi} \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{\infty} (2j+1)(|a_j|^2 + |b_j|^2). \quad (6)$$

Здесь λ — длина электромагнитной волны в вакууме, а комплексные коэффициенты a_j, b_j приведены в Приложении.

3.2. Конвективный теплообмен локализованного плазменного образования с окружающим пространством

Известно, что при больших числах Рейнольдса теплообмен тела с воздушным потоком осуществляется в пограничном тепловом слое, характерная величина которого $\delta \sim a/\sqrt{Re} \ll a$ [21]. В нашем эксперименте мы тоже наблюдаем такой узкий слой в лобовой части локализованного плазменного образования. Поэтому вполне логично применить хорошо развитую в аэрогидромеханике теорию пограничных слоев (см., например, [21, 25]) и к нашей проблеме. В дальнейшем изложении мы будем широко пользоваться результатами и обозначениями из книги [25].

Введя систему координат, показанную на рис. 5, можно записать уравнения пограничного слоя в виде (см. Приложение и [25])

$$\frac{\partial r_0 \rho u}{\partial x} + \frac{\partial r_0 \rho w}{\partial y} = 0,$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\rho_e}{\rho} u_e \frac{\partial u_e}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial y} + g_x \left(1 - \frac{\rho_e}{\rho} \right), \quad (7)$$

$$c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} k \frac{\partial T}{\partial y}.$$

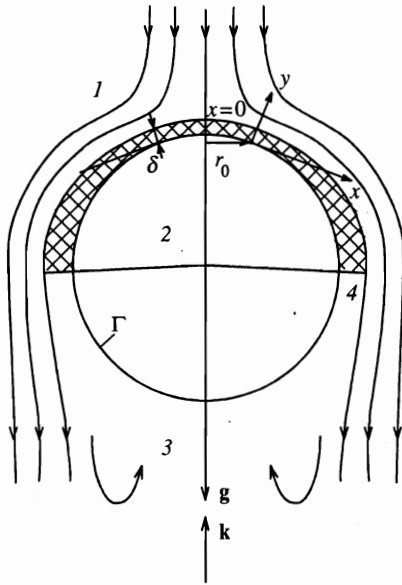


Рис. 5. Принципиальная схема обтекания локализованного плазменного образования потоком воздуха: Г — границная поверхность, 1 — линии тока воздуха, 2 — локализованное плазменное образование, 3 — завихренная кильватерная область, 4 — область отрыва течения. Заштрихована область пограничного теплового слоя. Показаны: используемая система координат, направления силы тяжести и распространения плоской электромагнитной волны

Здесь u, w — компоненты скорости вдоль осей x и y , g_x — компонента силы тяжести, k — коэффициент теплопроводности, $\mu = \nu\rho$ — коэффициент динамической вязкости, c_p — удельная теплоемкость, u_e — продольная скорость на внешней границе слоя, $r_0 = a \sin(x/a)$ и учтено, что толщина слоя δ много меньше радиуса сферы a .

Если домножить первое уравнение в (7) на $c_p T$, третье уравнение на r_0 и сложить их, проинтегрировать затем по y в пределах от 0 до $h \gg \delta$ и воспользоваться снова уравнением непрерывности, получим известную формулу для плотности теплового потока P с ограничивающей локализованное плазменное образование поверхности [25]:

$$P = c_p \rho_e (T_0 - T_e) \frac{d(r_0 u_e \theta_T)}{r_0 dx}, \quad \theta_T(x) = \int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \frac{T - T_e}{T_0 - T_e} dy. \quad (8)$$

Необходимая нам полная мощность конвективного охлаждения локализованного плазменного образования, W_T , получается после интегрирования (8) по x с весом $2\pi r_0$ в пределах от 0 до x_a :

$$W_T = 2\pi c_p \rho_e (T_0 - T_e) (r_0 u_e \theta_T)_{x=x_a}. \quad (9)$$

Мы ограничиваем интегрирование точкой отрыва течения $x = x_a$ [21, 25]. Известно, что при численном решении уравнений пограничного слоя эта точка соответствует моменту, когда отсутствует решение и уравнения пограничного слоя становятся непригодными. Накопленный опыт аэрогидромеханики показывает, что рассчитанная таким способом точка отрыва течения от тела достаточно точно отвечает реальности. В модели предполагается, что основной уход тепла с локализованного плазменного образования происходит в лобовом ламинарном пограничном слое (см. ниже).

Для простоты мы будем пренебрегать влиянием силы тяжести на движение газа в слое, т.е. последним слагаемым в правой части второго уравнения (7). Поясним возможность такого упрощения в наших экспериментальных условиях. Определим, при

какой скорости потока воздуха V_∞^* первое слагаемое в правой части второго уравнения (7) сравняется с последним слагаемым в лобовой части локализованного плазменного образования. Для этого воспользуемся известным результатом для потенциального обтекания сферы [21, 25]

$$u_e = \frac{3}{2} V_\infty^* \sin\left(\frac{x}{a}\right). \quad (10)$$

Для V_∞^* получаем следующую оценку:

$$V_\infty^* \approx \sqrt{\frac{4}{9} \left(1 - \frac{T_e}{T_0}\right) ga}.$$

Эта величина существенно меньше значения, полученного по формуле (4), которая соответствует эксперименту.

Для получения аналитического выражения для θ_T используем обобщенное преобразование Доронницына–Фолкнера–Скэна–Мангера [25]

$$d\eta = \left(\frac{u_e}{\nu_e \bar{x}}\right)^{1/2} \frac{\rho}{\rho_e} \frac{r_0}{a} dy, \quad d\bar{x} = \left(\frac{r_0}{a}\right)^2 dx,$$

$$\rho r_0 u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \rho r_0 w = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \psi = a \rho_e \sqrt{u_e \nu_e \bar{x}} f(\bar{x}, \eta).$$

При таком введении функции f уравнение непрерывности выполняется автоматически и оставшиеся два уравнения (7) переписываются в форме [25]

$$\left(\frac{\mu \rho}{\mu_e \rho_e} f''\right)' + m_1 f f'' + m \left(\frac{\rho_e}{\rho} - f'^2\right) = \bar{x} \left(f' \frac{\partial f'}{\partial \bar{x}} - f'' \frac{\partial f}{\partial \bar{x}}\right), \quad (11)$$

$$\left(\frac{\mu \rho}{\mu_e \rho_e Pr} T'\right)' + m_1 f T' = \bar{x} \left(f' \frac{\partial T'}{\partial \bar{x}} - T' \frac{\partial f}{\partial \bar{x}}\right).$$

Здесь температура нормирована на T_0 , число Прандля $Pr = \mu c_p / k$, $u = u_e f'$, $m_1 = (m + 1)/2$, $m = (\bar{x}/u_e)(\partial u_e / \partial \bar{x})$, а штрихи обозначают производную по η . Для воздуха число Прандля очень слабо зависит от температуры, и мы будем принимать его постоянным $Pr = 0.7$. Произведение динамической вязкости и плотности воздуха тоже является слабой функцией температуры, и для отношения $b = \mu \rho / \mu_e \rho_e$ мы будем использовать постоянную величину $b = 0.5$, полученную делением табличных величин вязкости и плотности воздуха при температурах 4000 и 300 К.

В начале пограничного слоя при $x/a < 1$ хорошим приближением является решение, когда f и T являются только функцией η [25]. Проводя разложение по малому параметру x/a , находим, что $m = 1/3$, $m_1 = 2/3$. В этом случае решение находится из решения следующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений [25]:

$$b f'''' + \frac{2}{3} f f'' + \frac{1}{3} \left(\frac{T_0}{T_e} T - f'^2\right) = 0, \quad (12)$$

$$\frac{b}{Pr} T'' + \frac{2}{3} f T' = 0.$$

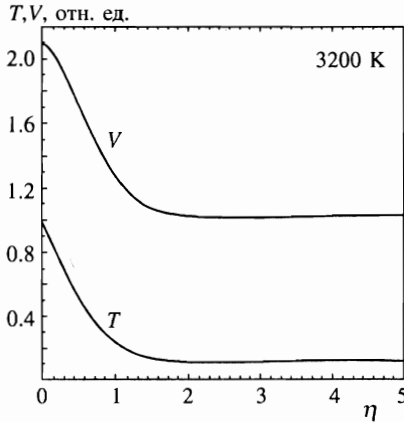


Рис. 6. Результат расчета зависимостей безразмерных температуры $T = T/T_0$ и скорости $V = f'/u_e$ от параметра η (поперек слоя) при температуре локализованного плазменного образования $T_0 = 3200$ К и температуре окружающего воздуха $T_e = 300$ К

Эти уравнения должны быть дополнены граничными условиями. До сих пор без специального обсуждения мы использовали три очевидных условия: $T = 1$ при $\eta = 0$, $T = T_e/T_0$ и $f' = 1$ при $\eta = h \gg 1$. Обращение в нуль нормальной компоненты скорости ($w = 0$) на граничной поверхности ($\eta = 0$) приводит к еще одному граничному условию $f = 0$ при $\eta = 0$. В качестве недостающего граничного условия можно использовать непрерывность продольной скорости u и ее нормальной производной на граничной поверхности ($\eta = 0$). Мы, однако, будем использовать более простое и физически понятное, но приближенное³⁾ граничное условие: $f'' = 0$ на границе локализованного плазменного образования. Действительно, при движении, например, в экваториальной плоскости изнутри плазменного образования к границе скорость u увеличивается (см. формулу (2)); при движении к границе плазменного образования снаружи скорость тоже увеличивается не только вне пограничного слоя (см. формулу (10)), но и в пограничном слое из-за нагрева газа. Естественно предположить, что максимум скорости u достигается на границе локализованного плазменного образования.

Систему (12) можно решить только численно. На рис. 6 приведен пример такого расчета, который показывает, что практически весь перепад температуры и скорости сосредоточен при $\eta < 1$, т. е. действительно образуется пограничный слой. В таблице приведена рассчитанная скорость на границе u_0 в единицах скорости вне слоя u_e для различных отношений температуры вне и внутри сфероида, T_0/T_e . Для характерных для наших опытов условий скорость на границе достаточно точно аппроксимируется формулой $V_i \approx u_e \sqrt[3]{T_0/T_e}$. Следовательно, $C \approx 3/2 \sqrt[3]{T_0/T_e} V_\infty$ в формуле (2). Для температуры возможно предложить достаточно точную аппроксимационную формулу

$$\frac{T}{T_0} \approx 1 + \left(\frac{T_e}{T_0} - 1 \right) \operatorname{erf} \left(\eta \sqrt{\frac{Pr}{3b} \left(\frac{T_0}{T_e} \right)^{1/3}} \right), \tag{13}$$

где erf — интеграл вероятностей [24].

³⁾ В приближении $\delta \ll a$ оба условия совпадают.

Таблица

T_0/T_e	2	4	6	8	10.67	12	16	20	40
u_0/u_e	1.178	1.457	1.683	1.877	2.106	2.205	2.487	2.738	3.734

Для величины θ_T получаем приближенное выражение

$$\theta_T \approx \frac{1}{r_0} \left(\frac{T_0}{T_e} \right)^{1/6} \sqrt{\frac{b\nu_e x^3}{\pi u_e P r}}. \quad (14)$$

4. КОНВЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ МИКРОВОЛНОВОГО РАЗРЯДА В ФОРМЕ ЛОКАЛИЗОВАННОГО ПЛАЗМЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Проанализируем полученные выше соотношения. Сначала рассмотрим особенности нагрева. На рис. 7а показано, как меняется в наших экспериментальных условиях при фиксированной температуре локализованного плазменного образования T_0 сечение поглощения микроволновой мощности (5), нормированное на площадь поперечного сечения сферы, $q = (Q_t - Q_s)/\pi a^2$, от радиуса сферы. Видно, что наблюдается четкий максимум около $a \sim 1.7$ см. При таком радиусе величина отношения периметра экваториального сечения сферы к длине волны равна 0.86:

$$\frac{2\pi a}{\lambda} \sim 0.86. \quad (15)$$

Это известное условие основного резонанса электрического типа для сферы [23, 26].

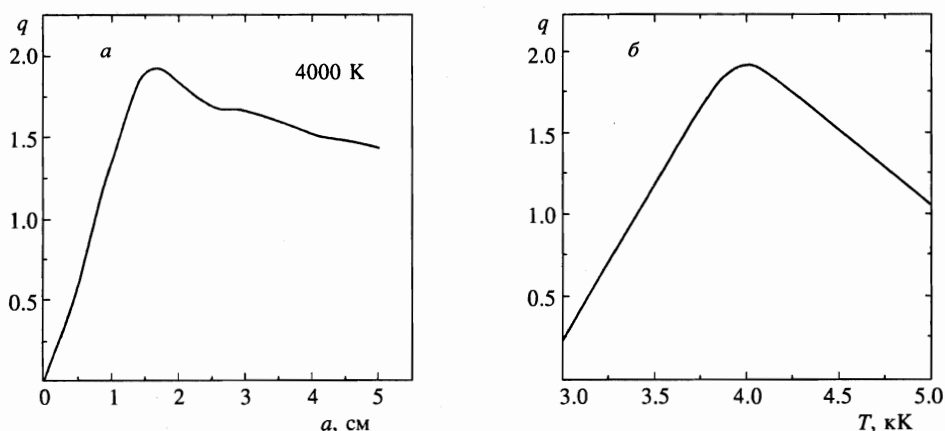


Рис. 7. Зависимости безразмерного сечения поглощения микроволн q (нормировка на πa^2): а — от радиуса локализованного плазменного образования a , температура образования 4000 К; б — от температуры локализованного плазменного образования (максимальное значение). Длина волны 12 см

На рис. 7б показана зависимость максимального значения q (для всех возможных радиусов a) от температуры локализованного плазменного образования T_0 . Видно, что максимум наблюдается при $T_0 \sim 4000$ К. Если построить поверхность $q = q(a, T_0)$, то при значении $a \sim 1.7$ см и $T_0 = 4000$ К наблюдается абсолютный максимум.

Рассмотрим теперь особенности конвективного охлаждения. Многочисленные наблюдения и расчеты ламинарных пограничных слоев на материальных сферах показывают, что точка отрыва течения располагается вблизи экватора. Эта величина не противоречит и нашим экспериментальным наблюдениям. Принимая для оценок мощности конвективного охлаждения в (9) $x_a = \pi a/2$, получаем

$$W_T \approx \pi a^2 c_p \rho_e V_\infty (T_0 - T_e) \xi, \quad \xi = \frac{\sqrt{3} \pi}{2} \left(\frac{T_0}{T_e} \right)^{1/6} \sqrt{\frac{b}{Pr Re}}. \quad (16)$$

Баланс мощности нагрева и охлаждения представляется в виде

$$q(a, T_0) S = \xi c_p \rho_e V_\infty (T_0 - T_e). \quad (17)$$

При уменьшении потока микроволновой мощности S выполнение равенства (17) возможно вплоть до касания абсолютного максимума поверхности $q(a, T_0)$ с плоскостью⁴⁾ αT_0 . Таким образом, около порога исчезновения локализованное плазменное образование должно иметь размер, определяемый длиной волны излучения (15).

Для наших экспериментальных условий мы получаем $a \sim 1.7$ см, $T_0 \sim 4000$ К и пороговое значение мощности $S \sim 20$ Вт/см². Для характерной величины переходного слоя получаем оценку

$$\frac{\delta}{a} \sim \frac{T_0}{T_e} \frac{1}{\sqrt{Re}} \approx 0.2-0.3.$$

Эти величины находятся в хорошем соответствии с описанными выше экспериментами (см. выше разд. 2)⁵⁾.

4.1. Обсуждение

Проведенные оценки показывают, что конвективная модель достаточно точно описывает основные черты микроволнового разряда в форме локализованного плазменного образования. Его характерный размер связан с длиной волны излучения (15). Это утверждение было высказано П. Л. Капицей в 1955 году [13]. Чем больше частота микроволн, тем меньше размеры и выше температура локализованного плазменного образования. Устойчивость его формы связана с образованием под действием свободной конвекции первичного вихря плазменного образования, газ в котором максимально нагрет микроволнами, и следовательно, плотность плазмы максимальна именно в нем. Вихревое движение внутри локализованного плазменного образования приводит к образованию граничной поверхности, которая непрозрачна для окружающего газа. В гидродинамическом смысле локализованное плазменное образование приобретает свойства

⁴⁾ ξV_∞ является слабой функцией температуры и радиуса.

⁵⁾ Заметим, что при сравнении надо учитывать два обстоятельства: как правило, размер локализованного плазменного образования на снимках в видимом свете несколько увеличен из-за эффекта засветки, а его измеряемая температура несколько занижена из-за усреднения по его сечению.

материального тела, которые проявляются в образовании пограничного слоя, в отрыве от него течения, в наличии завихренной (вторичные вихри) кильватерной области (см. рис. 5).

Образование вторичных вихрей объясняет наблюдаемую неустойчивость кильватерной области локализованного плазменного образования и величину коэффициента сопротивления ζ в (3). В описанной модели эта область была фактически исключена из рассмотрения. Однако его кормовая область оказывается принципиально важной, в частности, для понимания причины проникновения некоторого количества внешнего газа в его центр. Действительно, если верхняя лобовая критическая точка (здесь скорость обращается в нуль) в локализованном плазменном образовании устойчива (встречаются восходящие потоки горячего воздуха с встречным потоком холодного воздуха, вызванным внешней откачкой или движением самого образования), то этого нельзя сказать о нижней кормовой критической точке (поток во вторичных вихрях, вызванный подъемом нагретого в кильватерной области воздуха, может быть направлен в ту же сторону, что и внутри плазменного образования).

Какой процесс стабилизирует положение плазменной границы около кормовой критической точки? В этой области распространяется вниз ионизационный фронт с нормальной скоростью V_n [16] навстречу потоку. Эта ситуация фактически рассматривалась в работе [18]. Проведем очень грубые оценки, следуя логике работ [2, 18]. Из условия непрерывности потока, входящего внутрь локализованного плазменного образования с кормы у оси, $\rho_e V_n = \rho V$, и соотношений (2) можно получить оценку

$$V_\infty \sim V_n \left(\frac{T_0}{T_e} \right)^{2/3},$$

которая практически мало отличается от (1). Доля проходящего в локализованном плазменном образовании газа грубо оценивается отношением V_n/V_∞ и достаточно мала [2]. Если выразить нормальную скорость распространения фронта через плотность потока энергии S_T [2], уходящей через фронт, $V_n \sim S_T/c_p \rho_e T_0$, и предположить, что кильватерная область соприкасается с локализованным плазменным образованием на площади порядка πa^2 , то мощность теплопроводностного охлаждения в кильватерной зоне $W_k = \pi a^2 S_T$ может оказаться одного порядка с конвективным охлаждением в слое W_T (16) (параметр ξ в наших условиях одного порядка с $(T_e/T_0)^{2/3}$). Эти оценки не учитывают, что газ в кильватерной зоне достаточно прогрет конвективным потоком тепла, выносимого из пограничного слоя. Учет этого обстоятельства снижает существующие здесь теплопроводностные потери энергии из главного вихря в общем энергобалансе.

Необходимое совершенствование модели может идти по нескольким взаимосвязанным направлениям. С одной стороны, оставаясь в рамках изложенных выше принципов, необходимо рассчитать положение точки отрыва течения с учетом влияния силы тяжести в слое и реальных зависимостей параметров (вязкость, теплоемкость и др.) от температуры в условиях локализованного плазменного образования. Могут быть рассмотрены другие граничные условия. С другой стороны, наиболее правдоподобно, что по внутренней структуре локализованное плазменное образование ближе к тороидальному вихрю, который затягивает часть воздуха с кормы вдоль оси. Захваченный воздух нагревается внутри плазменного образования и выходит возле верхней критической точки. В этих условиях может быть сформулирована «задача с подслоем», свойства которого заданы осевым потоком захваченного внешнего воздуха [25]. В модель необходимо включить описание кильватерной области.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Стационарный микроволновый разряд в газе при атмосферном давлении под действием свободной конвекции, вызванной действием подъемной силы Архимеда на нагретый воздух, может пространственно локализоваться, принимая сфероидную форму. Вихревое движение внутри сфероида придает этому локализованному плазменному образованию некоторые свойства материального тела, которые проявляются в его определенной материальной изолированности от окружающего пространства, в образовании узкого пограничного теплового слоя и отрыве течения, а также в образовании вторичных вихрей в кильватерной области.

Характерный радиус локализованного плазменного образования связан с длиной волны микроволнового излучения, $a \sim 0.137\lambda$. В энергетическом балансе локализованных плазменных образований важную роль играет конвективный теплообмен.

Я благодарю В. А. Жильцова и П. М. Косарева, без помощи которых проведение экспериментов было бы невозможным, А. Ю. Демьянова и Н. А. Иногамова за расчет временной динамики сферического объема горячего воздуха. Большое влияние на работу оказали дискуссии с В. А. Жильцовым, Ж. Ляйтнером, Э. А. Маныкиным, А. В. Тимофеевым и П. Ханделем.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Коэффициенты в формулах Ми имеют следующий вид:

$$a_j = - \frac{j_j(N\xi) [\xi j_j(\xi)]' - j_j(\xi) [N\xi j_j(N\xi)]'}{j_j(N\xi) [\xi h_j^{(1)}(\xi)]' - h_j^{(1)}(\xi) [N\xi j_j(N\xi)]'}$$

$$b_j = - \frac{j_j(\xi) [N\xi j_j(N\xi)]' - N^2 j_j(N\xi) [\xi j_j(\xi)]'}{h_j^{(1)}(\xi) [N\xi j_j(N\xi)]' - N^2 j_j(N\xi) [\xi h_j^{(1)}(\xi)]'}$$

Здесь $j_j, h_j^{(1)}$ — сферические функции Бесселя первого и третьего рода [24], штрихи означают дифференцирование по аргументу сферических функций, $\xi = 2\pi a/\lambda$, $N = n + i\chi$ — комплексный показатель преломления плазмы. Для показателя преломления используются традиционные выражения (см., например, [2]):

$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}}{2}}, \quad \chi = \sqrt{\frac{-\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}}{2}}, \quad \varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu_{en}^2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\omega_p^2 \nu_{en}}{\omega(\omega^2 + \nu_{en}^2)}$$

где ω_p — электронная плазменная частота, ν_{en} — частота электронных столкновений, ω — частота микроволн. Для оценок в качестве соотношений, связывающих концентрацию плазмы и частоту столкновений в воздухе с температурой локализованного плазменного образования, использовались следующие аппроксимации, взятые из работы [5]:

$$n_p(T_0) = 5.91 \cdot 10^{15} \exp\left(-\frac{14.42}{T_0 - 1.74}\right); \quad \nu_{en}(T_0) = 5.74 \cdot 10^{11} \frac{T_e}{T_0} \sqrt{T_0}.$$

Здесь плотность плазмы имеет размерность см^{-3} , частота столкновений с^{-1} , температура КК.

2. Приближение поверхностного слоя состоит в использовании того факта, что скорость, температура и размер слоя мало меняются вдоль одного направления (вдоль оси x) и сильно в нормальном направлении (вдоль оси y). Это приводит к естественному условию постоянства давления p поперек слоя (из давления мы исключаем гидростатическую часть, связанную с потенциалом силы тяжести) [25]. Давление на внешней границе слоя (достаточно далеко от введенной нами граничной сферической поверхности) определяется из уравнения Бернулли $u_e^2/2 + p/\rho_e = \text{const}$, u_e — продольная скорость на внешней границе слоя⁶). При получении уравнений поверхностного слоя мы использовали постоянство удельной теплоемкости c_p , отсутствие вязкостного нагрева, малость числа Маха $Me = u_e/\sqrt{(\gamma - 1)c_p T_e} \approx 0.003$ [25].

Литература

1. П. Л. Капица, ЖЭТФ 57, 1801 (1969).
2. Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда*, Наука, Москва (1992).
3. *Низкотемпературная плазма: ВЧ и СВЧ плазмотроны*, Наука, Новосибирск (1992), вып. 6.
4. В. М. Лелевкин, Д. К. Оторбаев, *Экспериментальные методы и теоретические модели в физике неравновесной плазмы*, Илим, Фрунзе (1988).
5. А. В. Тимофеев, *Физика плазмы* 23, 1 (1997).
6. A. L. Vikharev, O. A. Ivanov, and A. G. Litvak, *Proc. Int. Workshop «Microwave Plasma and Its Applications»*, Russia, Zvenigorod (1994), p. 391.
7. В. Г. Бровкин, Ю. Ф. Колесниченко, Д. В. Хмара, в кн. *Шаровая молния в лаборатории*, Химия, Москва (1994), с. 119.
8. А. С. Зарин, А. А. Кузовников, В. М. Шибков, *Свободно локализованный СВЧ-разряд в воздухе*, Нефть и газ, Москва (1996).
9. Е. Т. Протасевич, в кн. *Шаровая молния в лаборатории*, Химия, Москва (1994), с. 165.
10. Б. Э. Мейерович, ЖЭТФ 61, 1891 (1971).
11. Y. N. Ohtsuki and H. Ofuruton, *Nature* 350, 139 (1991).
12. В. А. Жильцов, А. А. Сковорода, А. В. Тимофеев, ЖЭТФ 106, 1687 (1994).
13. П. Л. Капица, ДАН СССР 101, 245 (1955).
14. P. H. Handel, in *Science of Ball Lightning (Fire Ball)*, ed. by Y. Ohtsuki, World Scientific, Singapore (1989), p. 254.
15. А. В. Мицук, В. Е. Мицук, в кн. *Шаровая молния в лаборатории*, Химия, Москва (1994), с. 151.
16. Ю. П. Райзер, *Лазерная искра и распространение разрядов*, Наука, Москва (1974).
17. В. А. Жильцов, Ж. Ф. Ляйтнер, Э. А. Маныкин и др., ЖЭТФ 108, 1966 (1995).
18. К. Г. Гуськов, Ю. П. Райзер, С. Т. Суржиков, *Квант. электр.* 17, 937 (1990).
19. С. Ю. Горбунов, Б. Н. Гордейчик, А. П. Даринцев и др., ПМТФ 5(195), 70 (1992).
20. Н. К. Винниченко, Н. З. Пинус, *Турбулентность в свободной атмосфере*, Гидрометеоздат, Ленинград (1976).
21. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1986), т. VI.
22. G. Mie, *Ann. Physik* 25, 377 (1908).
23. Дж. А. Стрэттон, *Теория электромагнетизма*, ОГИЗ-Гостехиздат, Москва (1948).
24. *Справочник по специальным функциям*, под ред. М. Абрамовица, И. Стигана, Наука, Москва (1979).
25. Т. Себиси, П. Брэдшоу, *Конвективный теплообмен*, Мир, Москва (1987).
26. Г. Бейтмен, *Математическая теория распространения электромагнитных волн*, ГИФМЛ, Москва (1958).

⁶ На достаточном удалении от локализованного плазменного образования предполагается потенциальное дозвуковое несжимаемое невязкое движение газа.