

К ВОПРОСУ ОБ ОБНАРУЖЕНИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН МАЛЫХ ЧАСТОТ

М. Е. Герценштейн, В. И. Пустовойт

Показано, что чувствительность электромеханических опытов по обнаружению гравитационных волн при помощи пьезокристаллов на 10 порядков хуже, чем по оценкам Вебера [1]. В области малых частот возможно обнаружение гравитационных волн по смещению полос оптического интерферометра; оценена чувствительность метода.

Проблема обнаружения гравитационных волн в последнее время начала обсуждаться в литературе [1, 2], причем упор делается на электромеханические опыты. Однако нерелятивистские тела, имеющиеся в распоряжении экспериментатора, очень слабо взаимодействуют с гравитационной волной. Рассмотрим уравнения движения частицы в нерелятивистском приближении при наличии внешнего электромагнитного поля F^{ik} [3]:

$$mc \left[\frac{du^\alpha}{ds} + \Gamma_{ik}^\alpha u^i u^k \right] = \frac{e}{c} F^\alpha_{k} u^k = \frac{e}{c} F^{\alpha k} u^k + \frac{e}{c} F^{\alpha s} h_{sk} u^k. \quad (1)$$

Плоская гравитационная волна ($g_{00} = -1, g_{0\alpha} = 0$) не меняет собственное время нерелятивистского ($u^\alpha = 0$) тела, $\Gamma_{00}^\alpha = 0$; незаряженная нерелятивистская частица не принимает волну. Если поле F^{ik} создается заданными нерелятивистскими зарядами и токами, которые под действием проходящей гравитационной волны не меняются, то не меняется и поле F^{ik} , что непосредственно видно из уравнений поля [3]

$$F^{ik}_{;k} = \partial F^{ik} / \partial x^k = (4\pi/c) j^i, \quad (2)$$

так как в гравитационной волне $\sqrt{-g} = 1$. Наличие гравитационной волны приводит к появлению добавочной силы в правой части (1) $eF^{\alpha s} h_{sk} u^k$, которая в нерелятивистском приближении ($k = 0$) исчезает. Прием гравитационных волн нерелятивистским телом (также и пьезоэлектрическим) малоэффективен.

Исходя из общих соотношений для линейных процессов¹⁾, покажем ниже, что высокая чувствительность приема, приведенная в работе Вебера [1], завышена на много порядков. Линейные процессы, преобладающие при слабых полях, определяют предельную чувствительность экспериментов по обнаружению слабых гравитационных волн. Если уравнения произвольной линейной системы обратимы во времени, то существует соотношение, связывающее потери энергии на излучение и эффективный поперечник σ при приеме:

$$\sigma = \sigma_0 G \eta, \quad \eta = Q_0 / Q_R, \quad (3)$$

где σ_0 — эффективное сечение идеальной антенны без потерь, G — коэффициент усиления за счет направленности, η — коэффициент полезного дейст-

¹⁾ Известно, что вращающийся стержень или двойная звезда излучают квадрупольно, частота излучения вдвое выше частоты движения, имеющих в системе. Такие процессы, в которых происходит удвоение частоты, не являются линейными и здесь не рассматриваются.

вия антенны в режиме передачи, Q_0 — добротность реальной антенны, Q_R — добротность, связанная с излучением [1]. Сечение $\sigma_0 \cong \lambda^2$ с точностью до множителя порядка единицы. Соотношение типа (3), известное в теории антенн [4], может быть получено из формул работы Вебера [1] и следует также из принципа детального равновесия (см. [5], § 117). Как показывает проверка, результаты Вебера не удовлетворяют соотношению (3), причем расхождение составляет $\sim 10^{10}$. Так, например, согласно Веберу [1], для волны $\lambda = 100$ см в режиме излучения подводимая к кристаллу мощность равна 10^8 W, излучаемая — 10^{-13} эрг/сек, откуда $\eta = 10^{-28}$, излучение квадрупольно и $G = 15$. В режиме приема для идеальной антенны $\sigma_0 = 3 \cdot 10^3$ см², для реальной антенны формула (3) дает $\sigma = 4 \cdot 10^{-24}$ см². При пороговом значении потока энергии по Веберу $P = 10^{-3}$ эрг/сек · см², принимаемая электромагнитная мощность равна $4 \cdot 10^{-34}$ W = —334 дБ/W, что на 110 дБ ниже пороговой мощности для идеального приемника с шумовой температурой 3° К и полосой в 1 гц. Время, необходимое для обнаружения сигнала, ниже порогового на 110 дБ, превышает 10^4 лет.

Расчет излучаемой мощности производился Вебером по «квадрупольной» формуле [3], в которой нет оснований сомневаться. Поэтому из формулы (3) следует, что им неправильно вычислена принимаемая мощность. Причина ошибки состоит в том, что в пьезокристалле пьезоэлектрические натяжения уравниваются механическими, что не учтено Вебером. Пьезоэлектрические натяжения не удовлетворяют теореме вириала [3]. Так как прием гравитационных волн является релятивистским эффектом, то следует ожидать, что применение ультрарелятивистского тела — света — может привести к более эффективному индикатору поля гравитационной волны. Оптика лучей в гравитационном поле определяется уравнением эйконала [3]

$$g^{ik} \frac{\partial \psi}{\partial x^i} \frac{\partial \psi}{\partial x^k} = \left(\frac{\partial \psi}{\partial x^t} \right)^2 - h^{\alpha\beta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x^\alpha} \right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial x^\beta} \right) = 0, \quad (4)$$

где ψ — эйконал. Это эквивалентно среде с показателем преломления

$$n = 1 + \frac{1}{2} h_{\alpha\beta} n^\alpha n^\beta, \quad (5)$$

где n^α — единичный вектор вдоль распространения луча. Для распространения луча вдоль и поперек гравитационной волны имеем

$$n_{\parallel} = 1, \quad n_{\perp} = 1 + \frac{1}{2} h_{22} \cos 2\varphi + \frac{1}{2} h_{23} \sin 2\varphi, \quad \cos \varphi = n_2. \quad (6)$$

В приборе типа интерферометра Майкельсона относительная разность оптических длин световых лучей, идущих вдоль и поперек гравитационной волны, будет

$$\Delta l/l_0 = \frac{1}{2} h_{\alpha\beta} n^\alpha n^\beta, \quad (7)$$

где l_0 — невозмущенная длина плеча интерферометра. Заметим, что формулу (7) для интерферометра Майкельсона можно получить и непосредственно. В гравитационной волне оптическая длина плеча интерферометра изменяется, а относительная разность ([3], § 84) равна

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{l_0} \int_0^{l_0} \sqrt{g_{22}} dx_2 - \frac{1}{l_0} \int_0^{l_0} \sqrt{g_{11}} dx_1 \cong \frac{1}{2} h_{22}. \quad (7a)$$

При выводе формулы (7) предполагалось, что период гравитационной волны значительно больше, чем время пробега луча в интерферометре.

Таким образом, гравитационная волна вызывает периодическое смещение интерференционных полос. Выразим (7) через поток энергии излу-

чения P , предварительно повернув оси Ox_2 и Ox_3 так, чтобы уничтожить компоненту h_{23} . В этой системе отличными от нуля будут только $h_{22} = -h_{33} = h$, и поэтому поток гравитационной энергии равен

$$P = \omega^2 c^3 h^2 / 16\pi k = \omega^2 c h^2 / 2\kappa; \quad \kappa = 8\pi k / c^2, \quad (8)$$

где κ — эйнштейновская гравитационная постоянная. Используя (7), имеем

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{2\omega} \sqrt{\frac{2\kappa P}{c}} = \frac{8,1 \cdot 10^{-20}}{f(\text{ци})} \sqrt{P(\text{эрг/см}^2 \cdot \text{сек})}. \quad (9)$$

Минимально измеренные Δl с обычными источниками света [6, 7] составляют 10^{-3} Å, равные 10^{-11} см, при постоянной времени прибора $\tau \sim 1$ сек. Можно ожидать, что применение сильных источников и усилителей монохроматического направленного светового излучения — «лазеров» [8] позволит уменьшить эту величину еще на три порядка.

Считая плечо интерферометра $l_0 \approx 10^3$ см, имеем для минимально-обнаруживаемого изменения $\Delta l/l_0 \approx 10^{-14} \div 10^{-17}$; $\tau \sim 1$ сек.

Таким образом, интерферометр позволяет, по крайней мере принципиально, обнаруживать весьма слабые гравитационные волны. При $f_0 = 10^{-3}$ эц, $P = 1$ эрг/см²·сек, $\Delta l/l_0 \approx 8 \cdot 10^{-17}$, что примерно в $10^7 \div 10^{10}$ раз лучше, чем возможности электромеханических опытов [1].

Дальнейший выигрыш по чувствительности может быть получен увеличением времени наблюдения и известными методами выделения слабого сигнала над уровнем шумов. По-видимому, реальные времена наблюдения $\tau \sim 10^4 - 10^5$ сек; при этом $P_{\min} \sim 10^{-4}$ эрг/см²·сек. В работах Бернштейна [6, 7] выделяемый под уровнем шума сигнал был монохроматической синусоидой. В случае сплошного спектра полезного сигнала эти оценки должны быть несколько изменены, но мы не будем на этом останавливаться, так как эти изменения одинаковы для интерферометра и электромеханических опытов [1]. Технически опыты с интерферометром по обнаружению существующих в природе гравитационных волн малых частот весьма сложны. Необходимо иметь стабильную аппаратуру, вдоль всех оптических путей воздух должен быть откачан. Поскольку неизвестны ни частота, ни поляризация, ни направление распространения волны, то нужно иметь несколько интерферометров и искать корреляцию между ними [1].

В заключение авторы выражают свою глубокую благодарность проф. В. Л. Гинзбургу за ценные замечания и обсуждение данной работы.

Поступила в редакцию
3 марта 1962 г.

Литература

- [1] J. Weber. Phys. Rev., 117, 306, 1960; перев. Новейшие проблемы гравитации, ИИЛ, 1961, стр. 446.
- [2] Б. Б. Брагинский, Г. И. Рукман. ЖЭТФ, 41, 304, 1961.
- [3] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля, Физматгиз, 1960.
- [4] Я. Н. Фельд, Л. С. Бененсон. Аппаратно-фидерное устройство, Изд. ВВИА, 1959.
- [5] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Квантовая механика, Гостехиздат, 1948.
- [6] И. Л. Бернштейн. ДАН СССР, 94, 665, 1954; УФН, 49, 634, 1953.
- [7] И. Л. Бернштейн. ДАН СССР, 75, 635, 1956.
- [8] А. Шавлов. УФН, 75, 569, 1961.

ON THE DETECTION OF LOW FREQUENCY GRAVITATIONAL WAVES

M. E. Gertsenshtein, V. I. Pustovolt

It is shown that sensitivity of the electromechanical experiments for detecting gravitational waves in which piezocrystals are used, is 10 orders of magnitude worse than that estimated by Weber [1]. In the low frequency range it should be possible to detect gravitational waves by the shift of the bands in an optical interferometer. The sensitivity of this method is estimated.